جـــامعة دميـــــــاط
كليــة التربية النوعيـــــة
قسم إعداد معلم الحاسب الآلي

محاضرات في
رياضيــات الحـــــاسب

الأستاذ الدكتور
السعيد السعيد محمد عبد الرازق

٢٠٢٥ م

مقدمة

عزيزي الطالب مرحبا بك في هذه المحاضرات التي تتناول مبادئ رياضيات الحاسب لما لذلك العلم من أهمية في فهم الطبيعة الداخلية لمعالجة الحاسب للبيانات وكيفية التعامل معها فلقد استفاد الحاسب من الرياضيات المعاصرة ، فدوائره المنطقية في معالجه المركزي الذي هو بمثابة مخ الحاسب تعتمد أساسا على المنطق الرياضي ، والشفرة التى يتعرف الحاسب على الحروف والأرقام والرموز تعتمد على النظام الثنائي للأعداد.
أما مزاياه الفريدة للبحث عن الأشكال والأنماط وتعديلها واستنساخها واكتشاف الأخطاء في الأجهزة والبرمجيات فأساسها العلاقات والرواسم والأنظمة الرياضية والمنطقية
لذا فإن أراد الدارس لعلوم الحاسب تفهم ما يجري بداخل الحاسب ولا يكون مجرد مستفيد من إمكانياته التقنية العالية فلا غنى له عن دراسة تلك الموضوعات

ولتحقيق الأهداف المرجوة من تلك المحاضرات يجب على الطالب معرفة ما يلي:
١-التعامل مع الأمثلة العملية والتمارين الموجودة بالمحاضرات.
٢- دور أستاذ المادة هو تيسير عملية التعلم وتوجيه الطالب إلى مصادر العلم والمعرفة وتبصيره بكل ما هو جديد في ذلك المجال.
٣- على الطالب أن يتفاعل بشكل ايجابي مع أستاذ المادة ومع مصادر المعرفة التي يوجهه إليها وعدم جعل نفسه مجرد مستقبل سلبي لما يفرض عليه وإبداء رأيه بكل وضوح وشفافية حول موضوعات المقرر ومناقشة أستاذ المادة عند لقائه به والمساعدة في تحقيق جودة التعليم.
٤-على الطالب أن يقوم بربط موضوعات كل فصل بما يسبقه وبما يلحقه من فصول ليكون المقرر متكاملا مما يسهل الفهم وتحقيق تراكم المعرفة واستمرارها.
٥-ضرورة أن يحرص كل طالب على مقابلة أستاذ المادة للإجابة على استفساراته حول ما لم يتمكن من فهمه بالمحاضرة وعرض إجاباته على التدريبات التي يقدمها أستاذ المادة بالمحاضرة.

أرجو من الله أن يقبل هذا العمل، وان يساعد في تمهيد وتنوير الطريق كما أرجو المغفرة لما به من نقص

الله اسأل أن ينفعنا بما علمنا وان يعلمنا ما ينفعنا انه سميع الدعاء.

الفصل الأول

(١)

الأنظمة العددية

Number Systems

مقدمة

تشير رياضيات الحاسب إلى فرع الرياضيات يركز على تطبيق الأسس والمفاهيم الرياضية في مجال الحاسبات، حيث تقوم رياضيات الحاسب بتطوير وتحليل النماذج الرياضية والخوارزميات التي تستخدم في مجالات مختلفة من الحاسبات مثل تصميم البرمجيات، وتحليل البيانات، وتشفير المعلومات، والذكاء الاصطناعي، والأمان السيبراني، والرؤية بالحاسب، وغيرها
وتشمل المواضيع الرئيسة في رياضيات الحاسب ما يلى:

١. الجبر والهندسة الرياضية :يستخدم في تمثيل البيانات وتصميم الخوارزميات
٢. نظرية الأعداد :تتعامل مع الخصائص الرياضية للأعداد وتطبيقاتها في الحوسبة
٣. التحليل العددي وتقنيات التقريب والحلول التقريبية للمعادلات والمشاكل الرياضية
٤. نظرية الرسوم البيانية :تهتم بتمثيل البيانات والمعلومات بصورة بصرية
٥. اللغات الرياضية :تشمل لغات النمذجة الرياضية التي تستخدم لوصف مشاكل الحاسب

وتساهم رياضيات الحاسب بشكل كبير في تطوير التقنيات وتوفير إطار فكري لفهم وتحليل مجموعة واسعة من المشاكل في علوم الحاسب
كما توجد مفاهيم أساسية في رياضيات الحاسب تُستخدم هذه المفاهيم والأدوات في تطبيقات الحاسبات في مختلف الميادين، بدءًا من تصميم البرمجيات وحتى تحليل البيانات وتطبيقات الذكاء الاصطناعي
وتتمثل تلك المفاهيم فيما يلى:

١. الجبر البوليانى Boolean Algebra : يستخدم في تمثيل وتحليل العمليات المنطقية مما يجعله أساسيًا في تصميم الدوائر الرقمية والبرمجة اللغوية
٢. هياكل البيانات والخوارزميات Data Structures and Algorithms : تشمل دراسة كيفية تنظيم وتخزين البيانات وتطبيق الخوارزميات لحل مشاكل معينة
٣. الاحتمالات والإحصاء Probability and Statistics : يستخدم لتحليل البيانات واتخاذ القرارات بناء على التوقعات والاحتمالات
٤. نظرية الأعداد Number Theory: يدرس الخصائص الرياضية للأعداد ويستخدم في العديد من تطبيقات الحوسبة
٥. الجبر الخطي Linear Algebra and Geometry: يستخدم في تمثيل البيانات وحل الأنظمة المعقدة من المعادلات
٦. التحليل العددي Numerical Analysis :يركز على تطبيق الأسس الرياضية لتطوير وتقييم تقنيات التقريب لحساب الحلول العددية
٧. التشفير Cryptography :يعتمد على الرياضيات لتطوير تقنيات تشفير وفك تشفير البيانات بشكل آمن
٨. نظرية الألعاب Game Theory : يستخدم لتحليل الاستراتيجيات في الألعاب واتخاذ القرارات الذكية
٩. البرمجة الرياضية Mathematical Programming :يتعلق بحل المسائل البرمجية باستخدام الأسس الرياضية

الأنظمة العددية

يعتمد كل ما وصل إليه التقدم التكنولوجي الرقمي على طريقة ارسال وتخزين المعلومات باستخدام شفرة المثاني وهى الصفر والواحد، هذه الشِّفرة التي تعد إحدى معجزات المولى سبحانه وتعالى، فكل شيء فى الكون يعمل بشفرة المثاني حيث يحمل الهواء المعلومات (سواء نصوص أو صور ثابته ومتحركة وفيديو) وينقلها لمسافات بعيده جدا بشفرة المثاني وهى الصفر والواحد، والواحد الذي يحمل المعلومة يمثل توحيد للخالق سبحانه وتعالى

ولأهميّة شِفرة المثاني كلغة عمل للحاسب وللاجهزة الرقمية الحديثة، فقد أشار إليها القرآن الكريم بكلمة المثاني ﴿وَلَقَدْ آتيناكَ سَبْعاً منَ الْمَثَانِي وَالْقُرْآنَ الْعظيم﴾ ، (الله نزل أحسن الحديث كتابا متشابها مثاني تقشعر منه جلود الذين يخشون ربهم ثم تلين جلودهم وقلوبهم إلى ذكر الله ذلك هدى الله يهدي به من يشاء ومن يضلل الله فما له من هاد)

وتعد كلمة المثاني بالقرآن الكريم سبق قرآني وإعجاز علميّ فهي إشارة علمية صريحة إلى لغة وشِفرة الحاسب والتي تسمى بلغة الآلة وهي شِفرة لنقل المعلومة في هذا الكون

ويعد استخدام الأرقام كوسيلة للعد والحساب من الإنجازات الهامة التي حققها الإنسان عبر التاريخ والتي ساهمت في تسهيل كافة العمليات الحسابية وتسريعها ، فقد استخدم الإنسان منذ القدم الكثير من الأدوات لتمثيل عمليات العد والحساب ومنها استخدامه لأصابع يده العشرة والتي كانت الأساس للنظام العددي والذي لا يزال معمول به حتى يومنا هذا والمسمى بالنظام العشري

وفي المراحل الدراسية السابقة وعند دراستك للنظام العشري لابد أنك لاحظت أن القيمة الحقيقية للرقم تعتمد على قيمته المكانية في العدد وهذا يعني أن الرقم يمكن أن يأخذ أكثر من قيمة والذي يحدد ذلك مكانه داخل العدد (والذي يسمى بالرتبة) وتزداد قيمة العدد إذا حركتهُ باتجاه اليسار وتقل قيمته إذا حركيه باتجاه اليمين فمثلاً العدد 937 نجد أن القيمة الحقيقية للرقم 7 هي سبعة فقط أما قيمة الرقم 3 فهي 30، وقيمة الرقم 9 هي 900

وهنالك أنظمة عددية أخرى غير النظام العشري وأكثرها شيوعا هي (النظام الثنائي -النظام الثماني-النظام السادس عشري) وتكون هذه الأنظمة مفيدة في الأنظمة الرقمية مثل الحاسبات الالكترونية والمعالجات الدقيقة وغيرها من الأنظمة الرقمية

<u>ولهذا السبب فانه من الضروري التدريب على تلك الأنظمة العددية لغرض استخدامها في دراستنا للأنظمة الرقمية</u>

والمصطلح رقمي **Digital** مستنتج من الطريقة التي يؤدى بها جهاز الحاسب عملياته عن طرق عد الأرقام **Counting Digits** ، ولسنوات عديدة كانت تطبيقات الالكترونيات الرقمية تستخدم في أنظمة الحاسب أما اليوم فإن التقنية الرقمية تستخدم في مجال واسع من التطبيقات بالإضافة الى الحاسب ومن هذه التطبيقات أجهزة التليفزيون ، نظم الاتصالات ، الرادار ، الأجهزة الطبية ، التحكم في العمليات الصناعية وغيرها

ولقد تم تطوير التقنية الرقمية من الدوائر التي تستخدم الصمامات المفرغة الى الترانزستورات المنفصلة **Discrete Transistors** الى الدوائر المتكاملة المعقدة والتي تتضمن ملايين من الترانزستور

الكميات الرقمية والتماثلية Digital and Analog Quantities

الدوائر الالكترونية يمكن تقسيمها الى نوعين رئيسين رقمي وتماثلي حيث ان:

- الالكترونيات الرقمية: تتضمن الكميات مع قيم متقطعة Discrete values (الكمية الرقمية هي التي لها مجموعة من القيم المتقطعة)

- الالكترونيات التماثلية: تتضمن الكميات مع قيم متصلة Continuous Values (الكمية التماثلية هي التي لها قيم متصلة)، كما تشير التماثلية إلى التمثيل والمعالجة باستخدام قيم متغيرة بشكل مستمر حيث تستخدم إشارات تتغير بشكل تدريجي على مدى الزمن، كما تقوم بتمثيل البيانات بشكل مستمر في مقابل التمثيل الرقمي الذي يكون مقسما

وفي مجال الحاسبات والإلكترونيات تميل الأنظمة الرقمية إلى أن تكون أكثر دقة واستقرارًا في نقل وتخزين المعلومات، بينما يمكن للأنظمة التماثلية أن تكون أكثر فعالية في بعض التطبيقات التي تتطلب تمثيلًا دقيقًا للمتغيرات مثل الصوت والصورة، وتستخدم العديد من الأنظمة الحديثة تقنيات متقدمة للجمع بين الجوانب الرقمية والتماثلية للاستفادة من مزايا كل نهج

وتجدر الإشارة الى ان معظم الأشياء التي يمكن قياسها كميا تظهر في الطبيعة على شكل تماثلي مثل درجة الحرارة والتي تتغير على مدى متصل من القيم خلال يوم ما ، فدرجة الحرارة لن تتغير من 30 الى 33 لحظيا ولكنها يمكن ان تتدرج بين القيم المحصورة من 30 الى 33 وتوجد أمثلة أخرى للكميات التماثلية مثل الوقت ، الضغط ، المسافة ، الصوت

وإذا تم قياس درجة الحرارة مثلا كل ساعة وبدلا من رسمها بصورة متصلة فإنه يمكن أن يكون لدينا عينات Sampled values تمثل درجة الحرارة عند نقاط منفصلة للوقت (كل ساعة) على مدى ٢٤ ساعة حيث تمثل قيم العينات الكمية التماثلية ويمكن تحويلها الى رقمى بتمثيل كل قيمة عينة Sampled values بشفرة رقمية Digital code

وتشير الكميات الرقمية إلى التمثيل والمعالجة الرقمية للمعلومات حيث تعتمد على تقسيم الإشارات إلى وحدات قابلة للعد عادة باستخدام الأرقام الثنائية (0 ،1) ،وتمكن الكميات الرقمية من تخزين ونقل المعلومات بشكل دقيق وموثوق.

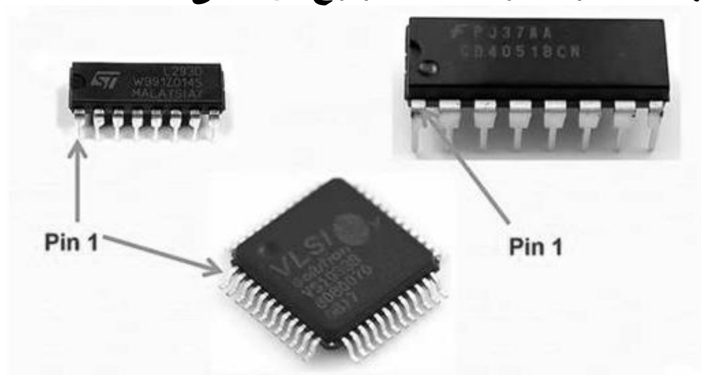
مميزات التمثيل الرقمى The Digital Advantages

يتميز التمثيل الرقمى عن التمثيل التماثلى في التطبيقات الالكترونية بعدد مميزات ، فالبيانات الرقمية Digital Data يمكن اجراء عمليات عليها ، وارسالها بكفاءة أكثر من البيانات التماثلية ، والبيانات الرقمية لها ميزة هائلة عند تخزين البيانات ، ولا توثر الضوضاء على البيانات الرقمية بينما تؤثر بشكل كبير على الإشارات التماثلية

وتتضمن الالكترونيات الرقمية دوائر ونظم لها حالتين فقط يمكن تمثيلهما بمستويين مختلفين من الجهد: المرتفع HIGH والمنخفض LOW ويمكن تمثيل تلك الحالتين باستخدام مستويات التيار (فتح وغلق المفاتيح) أو بإضاءة أو عدم إضاءة لمبات في النظم الرقمية مثل أجهزة الحاسب ، فإن تركيبة من الحالتين تسمى شفرات Codes تستخدم لتمثيل الاعداد والرموز والحروف وغيرها من أنواع المعلومات ، والنظام العددي المكون من حالتين يسمى بالنظام الثنائي Binary System وله رقمين أو رمزين فقط 1، 0 والخانة الثنائية أو الرقم الثنائي Binary Digit يسمى Bit

الدوائر المتكاملة Integrated Circuits- ICs

عبارة عن شريحة Chip صغيرة من السيليكون ذات مساحة صغيرة جدا قد تكون بعض سنتيمترات أو بعض ملليمترات مربعه تحتوى على مئات من العناصر الالكترونية(ترانزستورات Transistors- ديودات Diodes – مقاومات Resistors - مكثفات Capacitors) ، وهذه العناصر الالكترونية تتصل مع بعضها داخل الشريحة مكونة دائرة متكاملة لأداء وظيفة محددة ، والدائرة المتكاملة لها عدة أطراف أو Pins تتراوح من 8 الى64



وتصنف الدوائر المتكاملة IC حسب قدرتها على البرمجة والعمل المتكرر إلى نوعين:

١-الدوائر المتكاملة ذات الوظيفة الثابتة Fixed-function logic : تكون محددة لوظيفة واحدة.

٢-الدوائر المتكاملة القابلة للبرمجة programmable logic :يمكن اعادة برمجتها للعمل مرات متعددة

كما تصنف الدوائر المتكاملة IC الى :

١-دوائر متكاملة خطية Liner ICs : تنتج اشارة خرج تتناسب مع اشارة الدخل المطبقة عليه مثل منظمات الجهد ، وتستخدم فى اجهزة الراديو والتليفزيون ومضخات الصوت

٢-دوائر متكاملة رقمية Digital ICs : عبارة عن دوائر تبديل Switching تتناوب بين حالتين منطقيتين هما الحالة المنطقية 1 ، والحالة المنطقية 0 ، وتستخدم الدوائر المنطقية فى الحاسبات الرقمية وتشمل الدوائر الرقمية البوابات المنطقية والمسجلات والعدادات والمعالجات الدقيقة ورقاقات الذاكرة

وتوجد من الدوائر المتكاملة الرقمية أنواع اخرى مثل :

١-دوائر متكاملة رقمية قليلة التكثيف Small scale Integration : تعتبر أقل الدوائر المتكاملة تعقيدا وتحتوى على ١٢ بوابة منطقية تقريبا

٢- دوائر متكاملة رقمية متوسطة التكثيف Medium scale Integration : تعتبر أكثر تعقيدا وتحتوى على ١٢ الى ١٠٠ بوابة منطقية تقريبا

٣- دوائر متكاملة رقمية عالية التكثيف Large scale Integration : تحتوى على أكثر من ١٠٠ بوابة منطقية تقريبا

كما تتنوع الدوائر الرقمية بحسب وظائفها وهياكلها وتتضمن مجموعة واسعة من التصميمات لتحقيق العديد من الأهداف

بعض أنواع الدوائر الرقمية الشائعة

هناك أمثلة على الأنواع المختلفة من الدوائر الرقمية، وتعتمد الدوائر المستخدمة على طبيعة التطبيق والوظائف المطلوب تنفيذها.

١-البوابات الرقمية :تشمل بوابات منطقية مثل AND ، OR ، NOT ، NAND ، NOR ، XOR ، XNORتستخدم هذه البوابات لتنفيذ العمليات الرياضية الأساسية

٢- المنفذ المنطقي Latches والوحدات الرقمية القابلة للبرمجة Flip-Flops :تُستخدم لتخزين البيانات وتشكيل عناصر الذاكرة في الدوائر الرقمية.

٣-المتعددات Multiplexers والمفرقات Demultiplexers :تستخدم لتوجيه الإشارات إلى أو من مواقع متعددة ويُمكن استخدامها لتقليل عدد الخطوط المطلوبة في النظام.

٤-المسجلات الرقمية Registers :تستخدم لتخزين مجموعة من البيانات بشكل مؤقت وتعتبر جزءًا أساسيًا في معالجات الحاسب والذاكرة.

٥-العدادات Counters :تقوم بعد تسلسلي لعدد متزايد أو ناقص بناءً على إشارة تحكم.

٦-المضاعفات Multipliers والمقسمات Dividers :تستخدم لتنفيذ عمليات الضرب والقسمة على الأرقام الثنائية.

٧-وحدات المعالجة المركزية CPUs :تتضمن وحدات المعالجة المركزية مجموعة من الدوائر الرقمية التي تؤدي وظائف الحساب والتحكم اللازمة لتنفيذ البرامج.

٨-مكبرات الذاكرة Memory Amplifiers :تستخدم لتكبير إشارات الذاكرة وتحسين استجابة النظام.

٩-المقابلات الرقمية Digital Comparators :تقارن بين مدخلات رقمية وتولد إشارة خرج تشير إلى ما إذا كانت القيم متساوية أم لا.

١٠- محولات التناظر الرقمي إلى تناظرى Digital-to-Analog Converters – DAC : تقوم بتحويل إشارات رقمية إلى إشارات تناظرية، وتستخدم على سبيل المثال في محولات الصوت.

١١-محولات التناظري إلى رقمى Analog-to-Digital Converters – ADC : تقوم بتحويل إشارات تناظرية إلى إشارات رقمية، وتستخدم في قياسات التحكم الأتمتة والاستشعار.

مميزات الدوائر المتكاملة

-صغر حجمها -انخفاض تكلفتها -استهلاك منخفض للكهرباء

-قلة استخدام الاسلاك الخارجية ووصلات اللحام

-العناصر داخل الدائرة معزولة كهربائيا حيث لا يمكن الوصول الى الرقاقة الا من خلال اطرافها أو أرجلها الخارجية -سريعه فى الأداء مما يجعلها تناسب العمليات عالية السرعه

عيوب الدوائر المتكاملة

-التأثر الكبير بدرجة الحرارة ولذلك لابد من استخدام وسيلة للتبريد

-صعوبة تصنيع الملفات والمحولات داخل الدوائر المتكاملة

-صعوبة تصنيع مكثفات ذات سعة كبيرة داخل الدوائر المتكاملة

الأنظمة العددية Number Systems

الأنظمة العددية لها أهمية كبيرة في الحاسبات والعديد من مجالات العلوم والتكنولوجيا، وتكمن أهمية الأنظمة العددية في دورها الحيوي في تمثيل ومعالجة البيانات والأعداد في سياقات مختلفة مما يجعلها جزءًا أساسيًا من علم الحاسب والتكنولوجيا الرقمية، وهناك العديد من الأسباب التي تبرز أهمية الأنظمة العددية:

١. **تستخدم الأنظمة العددية في تمثيل البيانات والأعداد داخل الحاسبات والأنظمة الرقمية حيث يعتمد الحاسب على النظام الثنائي لتمثيل البيانات**
٢. **تسهل الأنظمة العددية أداء عمليات الحساب والتفاعل مع البيانات في البرمجة، ويستخدم النظام الثنائي بشكل أساسي في عمليات الحساب الداخلية للحاسبات**
٣. **تعتمد كثير من البرمجة والتحليل الرياضي على الأنظمة العددية حيث يسهل استخدام النظام الثنائي في البرمجة الرقمية وتمثيل البيانات الرقمية**
٤. **أمان المعلومات والتشفير: تستخدم الأنظمة العددية في عمليات التشفير وتأمين المعلومات حيث يتم تحويل البيانات إلى تمثيلها الثنائي أو السادس عشر لتعزيز الأمان**
٥. **يعتمد تمثيل الألوان في الرسوم على الأنظمة العددية حيث يتم تمثيل الألوان بواسطة تركيبات من الألوان الأساسية باستخدام النظام الثنائي أو السادس عشر**
٦. **تستخدم الأنظمة العددية في تصميم وتحليل الدوائر الرقمية حيث يكون النظام الثنائي أكثر فعالية في تمثيل حالات مفتاحية مثل "مشغول 0" أو "غير مشغول 1 "**

ويعد نظام الأعداد الثنائية Binary Number System من أهم النظم المستخدمة في الدوائر الالكترونية الرقمية Digital Electronic Circuits ، ولكي نتمكن في فهم النظام الثنائي يجب مقارنته بالنظام العشري Decimal System الى جانب نظامان عدديان آخران يستخدمان بكثرة في الالكترونيات الرقمية، وهما النظام الثماني للأعدّاد Octal Number System، والنظام السادس عشر Hexadecimal Numbering System

الفرق بين مصطلح الرقم Digit ومصطلح العدد Number

-الرقم هو قيمة رمز Symbol واحد من الرموز الأساسية للأعدّاد والذي يحتل خانة واحدة فالأرقام 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9 كل واحد منها يمثل رقم واحد في سلسلة العدد الواحد

-الأرقام ليست أعداد وإنما الرقم هو شكل رمزي للعدد

- الأرقام محدودة إذ تبدأ من الرقم 0 وتنتهي بالرقم 9 ، بينما الأعداد غير محدودة ولا نهاية لها حيث تبدأ ولا تنتهي ولا يوجد من الأعداد ما هو أكبرها فهناك دائمًا المزيد من الأعداد فعند الوصول إلى عدد كبير ثم إضافة رقم واحد إلى هذا العدد الكبير حصلنا على عدد أكبر ثم إضافة رقم إلى هذا العدد الأكبر فسوف نحصل على ما هو أكبر وهكذا إلى ما لانهاية

-يشير الرقم إلى عددٍ بذاته من الأعداد، فعلى سبيل المثال يتكون العدد 5 من رقم واحد وهو الرقم خمسه، بينما الرقم خمسه وثلاثون يتكون من رقمين الأول 5 والرقم الثاني 3، وعند إجراء العملية الحسابية يقال العدد 35 ما يشير إلى ما يرمز له العدد .35

إذاً الأرقام هي أشكال تكتب فيها رموز الأعداد، وهي محدودة وعددها عشرة من 1 حتى 9 أما الأعداد فلا ينتهي عدّها فرمز العدد ثمانية يتكون من رقم واحد هو 8 وعليه فالرقم يشير إلى عدد من الأعداد

أساس النظام System Base

هي العناصر التي يتم منها تشكيل أي عدد في النظام العددي المعني وتساوي إلى أكبر رقم بين تلك العناصر مضافا إليه واحد ويسمى النظام بعدد الأرقام(العناصر) المستخدمة لتشكيل الأعداد فيه

أولا: النظام العشري Decimal System

هو النظام العددي المتعارف عليه والمستخدم في كافة المجالات وفي كل انحاء العالم ومناسب للانسان حيث يستخدمه فى العمليات الحسابية المختلفة، وجاءت تسمية النظام بالعشري لان عدد الرموز الداخلة في تركيبة هي 10 رموز وهي (0,1,2,3,4,5,6,7,8,9) والتى تستخدم لتمثيل الاعداد وهو أقدم الانظمة العددية وأكثرها استخداما

وفي حالة استخدام أكثر من رمز فان القيمة العددية تعتمد على موقع الرمز ضمن سلسلة الرموز، وتسمى عدد الرموز الداخلة في تركيب النظام العددي بأساس النظام، لذلك فان اساس النظام العشري هو العدد (10) وسمي بأساس العدد لان كل عدد مكتوب بهذا النظام يعتمد بالأساس على هذا العدد.

تمثل الأعداد في النظام العشري بواسطة قوى الأساس 10 وهذه بدورها تسمى أوزان خانات العدد، فموقع كل رقم في العدد العشري يشير إلى مقدار الكمية التي يمثلها والتي يمكن أن تلحق بالوزن Weight

الأوزان Weights هي القوى الموجبة للعشرة التي تزداد من اليمين لليسار بدءا من $1=10^0$ للجزء الصحيح من العدد، و القوى السالبة للعشرة بالنسبة للجزء الكسري من العدد والتي تتناقص من اليسار إلى اليمين بدءاً من 10^{-1} ، وبالتالي أوزان النظام هي:

10^3	10^2	10^1	10^0	.	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}
1000	100	10	1		0.1	0.01	0.001

مثال

مطلوب التعبير عن العدد العشرى 5769.43 حسب رتبه كل رقم منه

الحل

$$=5 \times 10^3 + 7 \times 10^2 + 6\times 10^1 + 9\times 10^0 + 4 \times 10^{-1} + 3\times 10^{-2}$$

$$= 5 \times 1000 + 7 \times 100 + 6 \times 10 + 9 \times 1 + 4 \times 0.1 + 3 \times 0.01$$

$$= 5000 + 700 + 60 + 9 + 0.4 + 0.03 = 5769.43$$

ثانيا: النظام الثنائي System Binary

هو النظام الذى تفهمه الآلة وهو أقل تعقيدا من النظام العشري لأنه يتكون من رقمين فقط 0، 1 يطلق عليهم وحدات أساسية وتختصر إلى Bit، ويستخدم في الدوائر الالكترونية وفى التصميم الداخلي للحاسب حيث يتم اعطاء قيمة 0 عندما يكون الجهد مساويا للصفر ، بينما يعطى الرقم 1 إذا كان الجهد مساويا 5V+

ويعتبر النظام الثنائي أساسيًا في علم الحاسبات والتكنولوجيا الرقمية، وله عديد من الاستخدامات الهامة منها:

١. يتمثل الاستخدام الرئيسي للنظام الثنائي في تمثيل البيانات داخل الحاسبات حيث يعبر كل رقم في النظام الثنائي عن الحالة (1) أو (0) وهذا التمثيل الرقمي يسهل العمليات الداخلية للحاسبات والمعالجات الرقمية
٢. يستخدم النظام الثنائي في تنفيذ العمليات المنطقية داخل الحاسب مثل العمليات AND، OR، XOR
٣. تستخدم في تمثيل الأوامر حيث تتم ترجمة الأوامر والتعليمات التي يكتبها المبرمج إلى لغة آلية تستند إلى النظام الثنائي لتنفيذها من قبل الحاسب
٤. تستخدم العناوين الثنائية لتمثيل المواقع في الذاكرة حيث يكون لكل خلية ذاكرة عنوان ثنائي يتيح الوصول إلى محتوى تلك الخلية
٥. يستخدم في أنظمة التخزين والذاكرة الرقمية حيث يتم تخزين البيانات في شكل ثنائي وهذا يتيح للحاسبات التعامل مع البيانات بفعالية وسرعة
٦. يستخدم النظام الثنائي في نظم التحكم الرقمي حيث يكون مناسبًا لتمثيل الحالات المفتوحة/المغلقة أو الأحداث الرقمية
٧. يستخدم في نظم الاتصالات الرقمية حيث يتم تمثيل الإشارات الرقمية باستخدام النظام الثنائي
٨. يستخدم النظام الثنائي في تقنيات التشفير وأمان المعلومات حيث يتم تمثيل البيانات بشكل ثنائي لتحسين الأمان.

أساسه:

$$b = 2$$

عناصره:

0 ، 1

فالرقم الثنائي عبارة عن متتابعة من الوحدات الأساسية وقد توجد علامة ثنائية (علامة الكسر العشري) وفى حالة عدم وجود العلامة الثنائية تسمى بالأعداد الثنائية الصحيحة ٠

2^3	2^2	2^1	2^0	.	2^{-1}	2^{-2}	2^{-3}
8	4	2	1		0.5	0.25	0.125

قيم الأماكن للجزء الصحيح للعدد الثنائي هي القوى الموجبة للعدد 2 كما يلي :

2^0 2^1 2^2 2^3 2^4................

قيم الأماكن للجزء العشري للعدد الثنائي هي القوى السالبة للعدد ٢

2^{-1} 2^{-2} 2^{-3} 2^{-4} ....

تسمى كل خانة ثنائية بالبت Bit

ملحوظة:
يمكن استخدام الإشارة الموجبة أو السالبة لأي عدد (كما في النظام العشري) لكن الإشارة ليست من قاعدة النظام العددي وإنما هي دلالة على الجهة

جدول يوضح مجموعة من الأعداد العشرية وما يكافئها في النظام الثنائي

عشرى	ثنائى
0	0
1	1
2	10
3	11
4	100
5	101
6	110
7	111
8	1000
9	1001
10	1010
11	1011
12	1100
13	1101
14	1110
15	1111

مثال : مطلوب التعبير عن العدد الثنائى $(11010.01)_2$ حسب رتبه كل عدد به

الحل

$$(11010.01)_2 = 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0 + 0 \times 2^{-1} + 1 \times 2^{-2}$$

العمليات الحسابية في النظام الثنائى Binary Arithmetic

يعتمد الحاسب في معالجة الأعداد على طريقة تختلف عن الطرق التي يعتمد عليها الانسان فجميع العمليات الحسابية للحاسب يتم ارجاعها لعمليات النظام الثنائي وبخاصة عملية الجمع

الجمـــــــع الثنـــــــــــــــائي Binary Addition

هي العملية الأساسية التي يعتمد عليها الحاسب لإجراء جميع العمليات الأخرى

ملحوظة

- لا يمكن للحاسب جمع أي عددين إلا العددين 0 ، 1 وهو يحيل أي عدد آخر إلى شكله الثنائي

- جميع العمليات الحسابية تحال إلى عملية الجمع فلا يحتاج الحاسب إلا لقواعد جمع هذين العددين وهي تتم وفقا لقواعد جمع الأعداد الثنائية كما يلي:

0 + 0 = 0
0 + 1 = 1
1 + 0 = 1
1 + 1 = 0 Carry 1
1 + 1 + 1 = 1 carry 1

نستنتج من القواعد السابقه ما يلى:

العملية →	ناتج الجمع
0 + 0 =	0
0 + 1 =	1
1 + 0 =	1
1 + 1 =	0 ثم نحمل 1 إلى المستوى الأعلى
1 + 1 + 1=	1 ثم نحمل 1 إلى المستوى الأعلى

يمكن تمثيل الجمع الثنائي بالشكل التالى:

العدد الأول A	العدد الثانى B	ناتج الجمع Sum	التحميل (الفيض) Carry
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1

مثال

أوجد ناتج جمع ما يلي:

$$(10110111)_2 + (110011101)_2$$

الحل

```
 1  111111
 110011101
+ 10110111
----------
1001010100
```

الناتج

$$(10110111)_2 + (110011101)_2 = (1001010100)_2$$

مثال

أوجد حاصل جمع ما يلى:

$$(1001)_2 + (1101)_2 + (110)_2 + (1011)_2$$

الحل

٣ـ نضيف العدد الرابع لحاصل الجمع السابق كما يلي :	٢ـنضيف العدد الثالث لحاصل الجمع السابق كما يلي :	١ ـ نجمع العددين الأول والثاني كما يلي :
1 11100 +1011 100111	1 10110 + 110 11100	1 1001 + 1101 10110

الناتج

$$(1001)_2 + (1101)_2 + (110)_2 + (1011)_2 = (100111)_2$$

تدريبات منزلية

المطلوب تنفيذ عمليات الجمع التالية:

$(1011.011)_2 + (110.1101)_2$

$(11011)_2 + (111001)_2 + (1001)_2 + (11001)_2$

$(11.101)_2 + (110.01)_2 + (111.101)_2 + (1101.1)_2$

الطـــــرح الثنـــــــائي Binary Subtraction

الطرح عملية عكسية للجمع
إذا كان:

$$1 + 1 = 10$$

فإن:

$$10 - 1 = 1$$

0 – 0 = 0 1 – 0 = 1 1- 1 = 0
0 – 1 = 1 (يتم استعارة 1 من العمود التالي)

فى النظام الثنائى تتم عملية الطرح وفقا لما يلى:

العدد الأول A	العدد الثانى B	ناتج الطرح Sub	الاستعارة Borrow
0	0	0	0
0	1	1	1
1	0	1	0
1	1	0	0

مثال :أوجد ناتج عملية الطرح التالية:

$$(11101)_2 - (1011)_2$$

الحل

```
     0
 1 1 1 0 1
  - 1 0 1 1
 ___________
 1 0 0 1 0
```

الناتج

$$(11101)_2 - (1011)_2 = (10010)_2$$

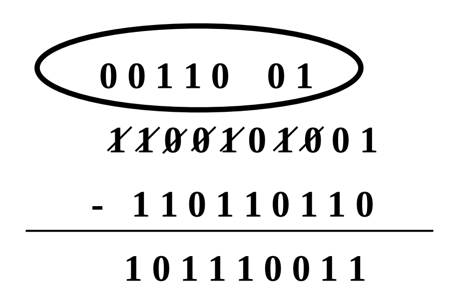
ملحوظات
- نظرا لان (1=1-0) لذا استعرنا 1 من العمود الثالث
- عند الاستعارة من العدد 0 نستعير من أول عدد غير صفري على اليسار، والاصفار التي في الوسط تصبح 1 (حيث أن 10-1=1)

مثال

أوجد ناتج عملية الطرح التالية:

$$(1100101001)_2 - (110110110)_2$$

الحل



الناتج

$$(1100101001)_2 - (110110110)_2 = (101110011)_2$$

- **العمود الثاني 1-0 يتطلب الاستعارة من العمود الرابع (يوجد به أول رقم غير صفري) أما العمود الثالث فيصبح قيمته 1**
- **العمود الخامس 1-0 يتطلب الاستعارة من العمود السادس (يوجد به أول رقم غير صفري)**
- **العمود السادس 1-0 يتطلب الاستعارة من العمود التاسع (يوجد به أول رقم غير صفري) أما العمود السابع والثامن فتصبح قيمهما 1**
- **العمود التاسع 1-0 يتطلب الاستعارة من العمود العاشر (يوجد به أول رقم غير صفري)**

الناتج

$$(1100101001)_2 - (110110110)_2 = (1\ 0\ 1\ 1\ 1\ 0\ 0\ 1\ 1)_2$$

مثال

أوجد ناتج عملية الطرح التالية:

$$(1101.10100)_2 - (11.10111)_2$$

الحل

يجب قبل بدء الطرح وضع علامة الكسر الثنائي على نفس الخط الرأسي كما يلي :

```
      010   0101
   1 1 0 1 . 1 0 1 0 0
 -     1 1 . 1 0 1 1 1
 ---------------------
       1 1 . 1 0 1 1 1
```

<u>الناتج</u>

$$(1101.10100)_2 - (11.10111)_2 = (11.10111)_2$$

<u>تدريب منزلي</u>

المطلوب إجراء عملية الطرح التالية:

$$(1101.0011)_2 - (110.11011)_2$$

المكمــــلات والمتممـــــــــــــــات

تخزن معظم الحاسبات الأعداد السالبة في صورة مكملاتها الحسابية كما تستخدم المكملات لتحويل عملية الطرح إلى عملية جمع لتجنب عملية الاستعارة المتكررة من عمود لآخر وتعنى عملية الإكمال أي الرقم المكمل للرقم الحالي بحيث نحصل على أعلى عنصر من عناصر العدد (فمثلا الرقم 6 هو المكمل للرقم 3 للحصول على أعلى عنصر وهو 9

١- المكملات العشرية

يوجد نوعان من المكملات العشرية وهما مكمل التسعات (نحصل عليه بطرح كل رقم من 9) ومكمل العشرات ويطلق عليه المتمم (هو مكمل التسعات مضافا إليه واحد)

مثال : أوجد المكملات للأعداد العشرية التالية :

$(7545721)_{10}$ $(6521)_{10}$

الحل

العدد العشري	6521	7545721
مكمل التسعات	3478	2454278
مكمل العشرات (المتمم)	3478+1=3479	2454278+1=245279

مثال

أوجد حاصل طرح القيم التالية:

$(7253)_{10}$- $(5927)_{10}$

الحل

من خلال الطرح العادي :

(نلاحظ إننا لجئنا إلى الاستعارة مرتين) 7253-5927=1326

من خلال أسلوب مكمل التسعات للعدد الأصغر

```
  7253
 +4072
 ______
(1) 1325
  +   1
 ______
  1326
```

نلاحظ أننا قمنا بحذف الرقم 1 الأخير وإضافة 1 إلى المجموع

من خلال أسلوب مكمل العشرات (المتمم) للعدد الأصغر

```
  7253
 +4073
 ------
(1)1326
```

نحذف الرقم الأخير 1 عندئذ نحصل على المتمم 1326

٢- المكملات الثنائية

يوجد نوعان من المكملات الثنائية وهما مكمل الواحد (نحصل عليه بطرح كل رقم من 1) ومكمل الاثنان ويطلق عليه المتمم (هو مكمل الواحد مضافا إليه واحد).

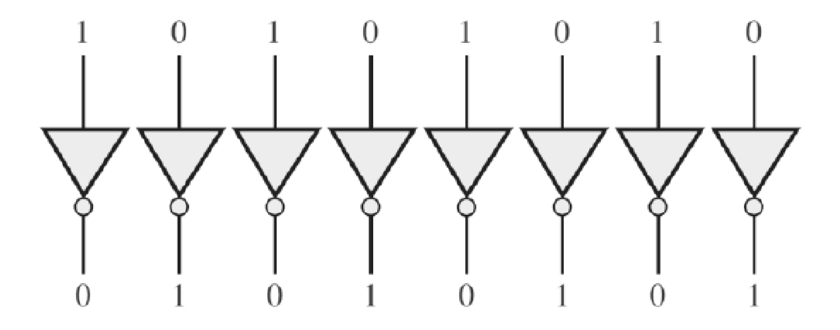
اشكال متمم العدد الثنائى

-الشكل الاول:المتمم الأحادى (المكمل)للعدد الثنائى 1’s Complement

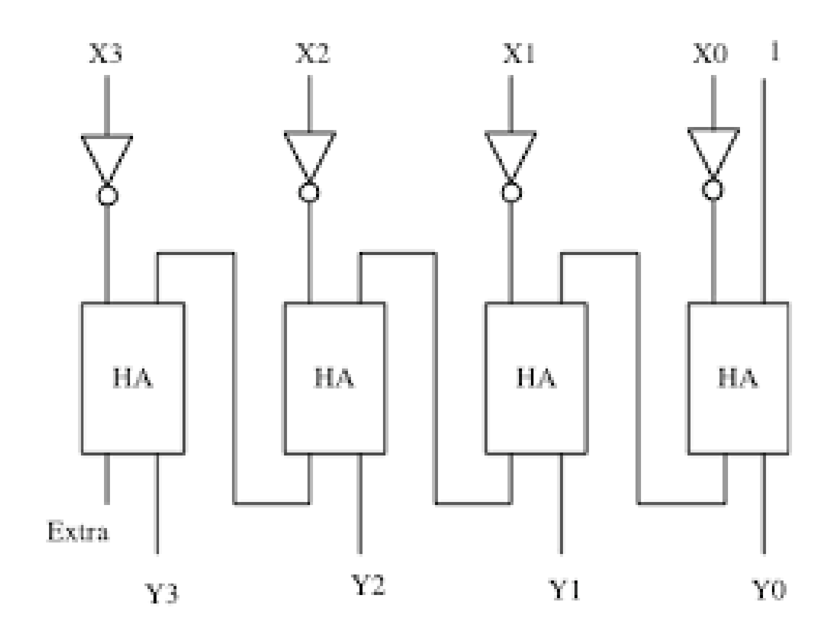
هو عدد ثنائي مكافئ له بعدد الخانات وينتج بتبديل كل عنصر من العدد الثنائي بمتممه(تبديل الواحد بالصفر والصفر بالواحد)

Binary number	1	0	1	1	0	0	1	0
1’s Complement	0	1	0	0	1	1	0	1

وللحصول على المتمم الأحادي لعدد ثنائي باستخدام الدوائر الرقمية يتم استخدام بوابات النفي Inverter gates على التوازي كما يلى:



-الشكل الثاني: المتمم الثنائي (المتمم) للعدد الثنائي 2'S Complement
هو المتمم الأحادى مضاف اليه العدد واحد
نستنتج أن مجموع العدد مع متممه الثنائي يعطي عددا تكون مراتبه مساوية لمراتب العدد الثنائي الأساسي زائد واحد وتكون كل عناصره أصفار ما عدا الواحد في أقصى اليسار
وللحصول على المتمم الثنائي لعدد ثنائي باستخدام الدوائر الرقمية يتم استخدام بوابات النفي Inverter gates على التوازي كما يلى:



خطوات طرح عددين ثنائيين صحيحين من خلال الحاسب

-التعامل مع العدد المطروح فإذا كان عدد خاناته أقل من خانات العدد المطروح منه فإنه يكملها بالأصفار من جهة اليسار ليصبح العددان لهما نفس عدد الخانات.
- ايجاد المتمم الثنائي للعدد المطروح.
- جمع العدد الناتج من المرحلة السابقة مع العدد المطروح منه.
-حذف الرقم واحد الظاهر في أقصى اليسار من ناتج عملية الجمع (في حال وجوده)
- ناتج الطرح هو العدد المتبقي

مثال

أوجد المكملات للأرقام الثنائية التالية:

$(110011001100)_2$ & $(111100001111)_2$

الحل

العدد الثنائي	111100001111	110011001100
مكمل الواحد	000011110000	001100110011
مكمل الاثنان (المتمم)	000011110000+1=000011110001	001100110011+1=001100110100

مثال : أوجد حاصل طرح الاعداد الثنائية التالية:

$(11110000)_2 - (10001110)_2$

الحل

<u>من خلال الطرح العادي</u>

```
      0 1 1
 1 1 1 1 0 0 0 0
- 1 0 0 0 1 1 1 0
-----------------
 0 1 1 0 0 0 1 0
```

نلاحظ إننا لجئنا إلى الاستعارة من العمود الخامس

الناتج : $(11110000)_2 - (10001110)_2 = (01100010)_2$

من خلال أسلوب مكمل الواحد للعدد الأصغر

```
     1 1 1 1 0 0 0 0
 +   0 1 1 1 0 0 0 1
 -------------------
   1 0 1 1 0 0 0 0 1
                   1
 -------------------
     0 1 1 0 0 0 1 0
```

الناتج : $(11110000)_2 - (10001110)_2 = (01100010)_2$

من خلال أسلوب مكمل الاثنان (المتمم) للعدد الأصغر

```
     1 1 1 1 0 0 0 0
 +   0 1 1 1 0 0 1 0
 -------------------
  (1)0 1 1 0 0 0 1 0
```

نحذف الرقم 1 من ناحية اليسار عندئذ نحصل على المتمم 01100010

الناتج : $(11110000)_2 - (10001110)_2 = (01100010)_2$

مثال : أوجد حاصل طرح الاعداد الثنائية التالية:

$(110100101.01)_2 - (11011.1)_2$

الحل

-استكمال عدد خانات العدد المطروح 11011.1 لتصبح مساوية بعدد خانات المطروح منه، فنضيف صفرا من جهة اليمين وأربعة أصفار من جهة اليسار فنحصل على العدد 000011011.10

- ايجاد المتمم الأحادي(المكمل) للعدد 000011011.10 وهو العدد111100100.01

- ايجاد المتمم الثنائي له(المتمم) بإضافة واحد فنحصل على العدد111100101.10

-جمع العدد السابق (المتمم) مع العدد المطروح منه فنحصل على1110001001.11

-حذف الواحد الموجود أقصى اليسار فنحصل على العدد 110001001.11 وهو ناتج الطرح

```
  111100100.10
+ 110100101.01
--------------
 1110001001.11
```

(1)110001001.11 يحذف الواحد اقصى اليسار

الناتج

$(110100101.01)_2 - (11011.1)_2 = (110001001.11)_2$

الضـــــرب الثنـــــــــــــائي Binary Multiplication

هي عمليات جمع تكرارية بإزاحة مستوى واحد من اليمين إلى اليسار

قواعد الضرب الثنائي:

$0 \times 0 = 0$

$0 \times 1 = 0$

$1 \times 0 = 0$

$1 \times 1 = 1$

مثال

أوجد ناتج عمليات الضرب التالية:

$(10111)_2 \times (101)_2$ & $(1101)_2 \times (110)_2$

```
   10111               1101
     101  x             110   x
 ---------          ---------
   10111               0000
   0000               1101
  10111   +          1101
 ---------          ---------  +
 1110011            1001110
```

الناتج

$(10111)_2 \times (101)_2 =(1110011)_2$

$(1101)_2 \times (110)_2 = (1001110)_2$

مثال : أوجد ناتج عمليات الضرب التالية:

$(10)_2 \times (11)_2$ $(1000)_2 \times (10)_2$ $(1100)_2 \times (100)_2$

الحل

1100	1000	10
× 100	× 10	× 11
0000	0000	10
0000	1000	10
1100		
110000	10000	110

الناتج

$(1100)_2 \times (100)_2 = (110000)_2$ & $(1000)_2 \times (10)_2 = (10000)_2$ & $(10)_2 \times (11)_2 = (110)_2$

مثال : أوجد ناتج عملية الضرب التالية:

$(1101011)_2 \times (10110)_2$

الحل

```
      1101011
      × 10110
      0000000
     1101011
    1101011
   0000000
  1101011
 100100110010
```

الناتج

$(1101011)_2 \times (10110)_2 = (100100110010)_2$

ملحوظات

- تم جمع الصفوف الخمسة السابقة والناتجة من عملية الضرب

-يفضل عدم كتابة أي عملية ضرب للرقم 0

-عند وجود الرقم 0 في نهاية الرقم نقوم بنقله إلى الأسفل ثم نكمل الضرب ونقوم بجمع الصفوف غير الصفرية بالشكل التالي:

```
       1101011
     × 10110
    ----------
      11010110
     1101011
    ----------
    1010000010
   1101011
   -----------
  100100110010
```

تدريبات منزلية

المطلوب تنفيذ عمليات الضرب التالية:

$(110110)_2 \times (101)_2$

$(111.001)_2 \times (1.11)_2$

$(11100111)_2 \times (11)_2$

القسمــــــــة الثنـــــــــــــــائية Binary Division

هي عملية طرح متكرر فلقسمة عدد ثنائي على آخر يقوم الحاسب بطرح العدد الثاني من الأول مرارا حتى يصبح ناتج الطرح صفر، وتكون نتيجة القسمة هي عدد مرات الطرح، وإذا لم يتم الوصول إلى ناتج طرح صفري فيتم الاستمرار بالعملية بإضافة صفر للمطروح منه واحتساب النتائج بعد الفاصلة

قواعد القسمة الثنائية:

$0 \div 1 = 0$ $1 \div 1 = 1$
$1 \div 0 =$ كمية غير محددة

مثال

أوجد ناتج عملية القسمة الثنائية التالية:

$$(10101)_2 \div (101)_2$$

الحل

10101	10000	1111	1010	101
-101	-101	-101	-101	-101
10000	1111	1010	101	0

عند إجراء الطرح خمس مرات حصلنا على الصفر، فناتج القسمة هو العدد خمسة، والعدد خمسة في النظام الثنائي يكتب101 وهو ناتج القسمة

الناتج

$$(10101)_2 \div (101)_2 = (101)_2$$

مثال : أوجد ناتج عملية القسمة الثنائية التالية:

$(11001)_2 \div (101)_2$

الحل

```
        101
101 ⌐ 11001
      101
     -------
      00101
        101
     -------
         00
```

الناتج

$(11001)_2 \div (101)_2 = (101)_2$

مثال : أوجد ناتج عملية القسمة الثنائية التالية:

$(111.000)_2 \div (1.01)_2$

الحل

يجب تحويل القاسم 1.01 إلى عدد صحيح لذا نحرك العلامة العشرية مكانين في كل من القاسم والمقسوم كما يلي :

```
            1    01 . 101
1 × 01. ⌐ 111 × 00 . 001
          101
          ------------
           10    00
            1    01
          ------------
                 11  0
                 10  1
          ------------
                   101
                   101
          ------------
                   000
```

الناتج

$(111.000)_2 \div (1.01)_2 = (101\,.\,101)_2$

تدريب منزلي

المطلوب اجراء عملية القسمة التالية:

$(111001)_2 \div (1001)_2$

ثالثا: نظام العد الثمـــــــــاني Octal System

هو نظام عددي يتكون من مجموعة العناصر عددها 8 ويستخدم فى كتابة بعض البرامج الخاصه لأنها لو كتبت بالنظام الثنائى لأدى ذلك الى حدوث عديد من المشاكل بسبب كثرة 0,1 كما يستخدم في الحاسبات بدلا عن النظام السداسي العشري ببعض الاحيان كما في ترميز-UTF

-أساسه: 8
حيث أن : $8 = 2^3$
-عناصره : 0,1,2,3,4,5,6,7

العمليات الحسابية في النظام الثمانى Octal Arithmetic

الجمـــع الثماني Octal Addition

يمكن توضيح الجمع الثماني من خلال الجدول التالي :

+	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0	1	2	3	4	5	6	7
1	1	2	3	4	5	6	7	10
2	2	3	4	5	6	7	10	11
3	3	4	5	6	7	10	11	12
4	4	5	6	7	10	11	12	13
5	5	6	7	10	11	12	13	14
6	6	7	10	11	12	13	14	15
7	7	10	11	12	13	14	15	16

نلاحظ أن مجموع رقمين ثمانيين يتم من خلال إيجاد المجموع العشري لهم فإذا كان المجموع العشري أكبر من 7 نقوم بطرح الرقم 8 وترحيل 1 للعمود التالي.

مثال

المطلوب جمع الأعداد الثمانية التالية:

(D) $1_8 + 4_8 + 2_8$ & (C) $7_8 + 4_8$ & (B) $7_8 + 3_8$ & (A) 6_8+5_8

الحل

(D)	(C)	(B)	(A)	
1 4 +2	7 +4	7 + 3	6 +5	
7	11	10	11	المجموع العشري
- 0	- 8	- 8	- 8	التعديلات
7	13	12	13	المجموع الثماني

مثال : المطلوب ناتج جمع الأعداد الثمانية التاليه:

$$(6254)_8 + (6362)_8$$

الحل

1		1			
	6	2	5	4	
	6	3	6	2	
	12	6	11	6	المجموع العشري
	-8	-0	-8	- 0	التعديل
1	4	6	3	6	المجموع الثماني

الناتج

$$(6254)_8 + (6362)_8 = (14636)_8$$

ملحوظة:
تم تطبيق قاعدة جمع الأعداد الثمانية على كل عمود على حده وفى حالة زيادة المجموع عن القيمة 7 يتم ترحيل 1 إلى العمود التالي (من النهاية السفلى للعمود الى قمة العمود التالي ناحية اليسار)

تدريب منزلى

المطلوب اجراء عملية الجمع الثمانى التالية:

$(6254)_8 + (4176)_8$

$(465.37)_8 + (31.613)_8$

الطـــــــــــرح الثمـــــــــــاني Octal Subtraction

يمكن الطرح للأعداد الثمانية باستخدام أسلوب المكملات حيث يتم إيجاد المكمل للرقم الأصغر بطرح كل رقم من القيمة 7 ثم نجمع 1 لنحصل على مكمل العدد الأصغر

مثال

أوجد المكمل الثماني للأعداد الثمانية التالية:

6 4 2 1

الحل

العدد الثماني	6	4	2	1
المكمل	1	3	5	6

مثال : أوجد باستخدام المكمل ناتج الطرح للأعداد الثمانية التالية:

$(7526)_8 - (3142)_8$

الحل

-إيجاد مكمل السبعات للعدد الأصغر

العدد الثماني	3	1	4	2
المكمل	4	6	3	5

-نجمع 1 على المكمل :

4635+1=4636

-نجمع المكمل على الرقم الثاني

```
  1     1     1
        7   5   2   6
    +   4   6   3   6
  ---------------------
       12  11   6  12
       -8  -8  -0  -8
  ---------------------
 (1)    4   3   6   4
```

-حذف الرقم 1 المحاط بدائرة

ناتج الطرح

$(7526)_8 - (3142)_8 = (4364)_8$

الضـــــــرب الثمـــــــــــــاني Octal Multiplication

هو جمع متكرر ويمكن التعامل معه عبر حساب ناتج ضرب الرقمين وفقا للنظام العشري ثم تحويل الناتج إلى النظام الثماني، فمثلا نقول في النظام العشري أن (21=7 × 3) لكن العدد 21 العشري يكافئه 25 في النظام الثماني ، وبالتالي (25=7 × 3) في النظام الثماني وهكذا.

مثال

أوجد ناتج ضرب الأعداد الثمانية التالية

$$(726)_8 \times (3)_8$$

الحل

الناتج

$$(726)_8 \times (3)_8=(2602)_8$$

القسمـــــــة الثمــــــانية Octal Division

عبارة عن طرح متكرر (والطرح بدوره يؤول إلى جمع مع المتمم) ، ويمكن إجراء القسمة في النظام الثماني بالطريقة الجبرية مع الأخذ بعين الاعتبار القيم الفعلية للأعدّاد الثمانية ومراعاة أصول عملية الضرب للنظام الثماني

مثال

أوجد ناتج القسمة للأعداد الثمانية التالية:

$$(2602)_8 \div (3)_8$$

الحل

ننفذ عملية القسمة العادية كما في النظام العشري كما يلي:

```
      0726
   3 | 2602
       25  -
     ------
       010
         6 -
     ------
        22
        22 -
     ------
        00
```

الناتج

$$(2602)_8 - (3)_8 = (726)_8$$

تدريبات منزلية

المطلوب ناتج الطرح الثمانى للأعداد التالية:

$(6214)_8 - (3527)_8$

$(4617263)_8 - (1423736)_8$

رابعا: النظـــــام الســـــــادس عشر Hexadecimal System

هو نظام وسطى بين النظام العشري والنظام الثنائي حيث يمكن أن تأخذ الخانة الواحدة 16 قيمة مختلفة، و ذلك يعني أن الخانة الموالية تتغير بعد 16 رقم مقابل 10 بالنسبة للنظام العشري Decimal ، 2 بالنسبة للنظام الثنائي Binary ، 8 للنظام الثماني Octal ، وهو مناسب للألة ويستعمل لعنونة أماكن ذاكرة الوصول العشوائي RAM حيث يأخذ كل قسم من الذاكرة رقم سداسي عشر ، وكل حد فى النظام الثنائي يقابله أربعه حدود فى النظام السادس عشر

والنظام السادس عشري يستخدم كوسيط لنظام العد الثنائي وذلك لأن رقم الأساس 16 هو أحد مضاعفات رقم الأساس 2^4 وبالتالي يكون استخدامه أسهل في كتابة الأرقام الكبيرة ذات رقم الأساس 2، وبما أن رقم الأساس 16 يمثل أربعة أضعاف رقم الأساس 2 فإن كل 4 (رموز من النظام الثنائي تمثل رمز واحد في النظام الستة عشري، فمثلا الرقم 11110000_2 (والذي يساوي 240_{10} في النظام العشري) يمكن كتابته $F0_{16}$ وبالتالي نحن كبشر يسهل علينا كتابة أو قراءة رمزين بدلا من 8 رموز.

-أساسه = 16

حيث أن : 2^4=16

-عدد عناصره: 16 عنصر عبارة عن الأرقام العشرية بالإضافة إلى الحروف الستة الأولى من حروف اللغة الانجليزية كما يلي :

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B C D E F

العدد السادس عشر	المكافئ العشرى	المكافئ الثنائي	المكافئ الثمانى
0	0	0000	0
1	1	0001	1
2	2	0010	2
3	3	0011	3
4	4	0100	4
5	5	0101	5
6	6	0110	6
7	7	0111	7
8	8	1000	10
9	9	1001	11
A	10	1010	12
B	11	1011	13
C	12	1100	14
D	13	1101	15
E	14	1110	16
F	15	1111	17

العمليات الحسابية في النظام السادس عشر Hexadecimal Arithmetic

الجمع في النظام السادس عشر Hexadecimal Addition

-إيجاد المجموع العشري

- إذا زاد المجموع العشري عن 15 يتم طرح 16 وترحيل 1 إلى العمود التالي.

-يجب تغيير كل حرف من أرقام النظام السادس عشر إلى المكافئ العشري أثناء إيجاد المجموع العشري، وكل فرق عشري أكبر من 9 يجب إعادته إلى المكافئ في النظام السادس عشر عند تعديل المجموع العشري، أي يجب تذكر المكافئات التالية:

B = 11 & C = 12 & D = 13 & E = 14 & F = 15 & A = 10

+	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
0	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10
2	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11
3	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12
4	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13
5	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14
6	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15
7	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16
8	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17
9	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18
A	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
B	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A
C	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A	1B
D	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A	1B	1C
E	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A	1B	1C	1D
F	F	10	11	12	13	14	14	16	17	18	19	20	1B	1C	1D	1E

مثال : أوجد المجموع في النظام السادس عشر للأعداد التالية:

(أ) 8 + 9 (ب) 3 + 5 (ج) C + D (د) 1+5+ C (ه) 1 + E + 6

الحل

	أ	ب	ج	د	ه
	8 + 9	3 + 5	C +D	1 5 +C	1 E +6
المجموع العشري	17	8	25	18	21
التعديل	- 16	-0	-16	-16	-16
المجموع في النظام السادس عشر	11	8	19	12	15

ملحوظة: يكتب الواحد المرحل في العمود التالي للمجموع

مثال : اوجد المجموع في النظام السادس عشر للعددين:

$(C868)_{16} + (72D9)_{16}$

الحل

```
 1         1   1
      C    8   6   8
    + 7    2   D   9
-----------------------
     19   11  20  17
    -16   -0 -16 -16
-----------------------
1     3    B   4   1
```

الناتج

$(C868)_{16} + (72D9)_{16} = (13B41)_{16}$

الطرح في النظام السادس عشر Hexadecimal Subtraction

نوجد مكمل الأساس ناقص 1 (الـ 15) للعدد الأصغر (المطروح) حيث يتم طرح كل رقم من 15 ثم إضافة 1 للحصول على المتمم

مثال

أوجد حاصل الطرح في النظام السادس عشر للرقمين :

$(72A4)_{16} - (4E86)_{16}$

الحل

-ايجاد مكمل الـ 15 للعدد 4E86 : B 179

-جمع مكمل العدد 4E86 على العدد الأكبر كما يلى :

1		1		
	7	2	A	4
	+ B	1	7	9
	18	4	17	13
	-16	-0	-16	-0
(1)	2	4	1	D

ملحوظة

عند إجراء الطرح باستخدام المكمل إذا كان هناك حمل زائد (عدد الخانات يتجاوز العدد الأصلي) يتم تجاهل الخانة الزائدة لذا تم تجاهل وحذف الرقم 1 في الخانة الزائدة (أقصى اليسار)

الناتج

$$(72A4)_{16} - (4E86)_{16} = (241D)_{16}$$

الضرب في النظام السادس عشر Hexadecimal Multiplication

يتم إجراء عملية الضرب بتحويل الأعداد المراد ضربها إلى مكافئها العشري ثم اجراء عملية الضرب المطلوبة ثم تحويل الناتج إلى مكافئه السادس عشر

مثال : أوجد ناتج ضرب الاعداد السادس عشر التالية:

$$A14_{16} \times 5_{16}$$

الحل

١ -تحويل الأعداد من النظام السادس عشر إلى النظام العشري

-تحويل $A14_{16}$ الى النظام العشري

$A=10_{10}$

$1=1_{10}$

$4=4_{10}$

$A14_{16} = A \times 16^2 + 1 \times 16^1 + 4 \times 16^0$

$= 10 \times 256 + 1 \times 16 + 4 \times 1$

$=2560 + 16 + 4 = 2580_{10}$

-تحويل 5_{16} الى النظام العشري

$5=5_{10}$

$5_{16}=5_{10}$

٢ -ضرب الاعداد في النظام العشري

$$2580_{10} \times 5_{10} = 12900_{10}$$

٣ -تحويل الناتج الى النظام السادس عشر

-قسمة العدد ١٢٩٠٠ على ١٦

١٢٩٠٠ ÷ ١٦ = ٨٠٦ والباقي ٤

-قسمة العدد ٨٠٦ على ١٦

٨٠٦ ÷ ١٦ = ٥٠ والباقي ٦

-قسمة العدد ٥٠ على ١٦

٥٠ ÷ ١٦ = ٣ والباقي ٢

-قسمة العدد ٣ على ١٦

٣ ÷ ١٦ = ٠ والباقي ٣

وبالتالي فإن:

$12900_{10} = 3264_{16}$

الناتج

$$(A14)_{16} \times (5)_{16} = (3264)_{16}$$

القسمة في النظام السادس عشر Hexadecimal Division

يتم إجراء عملية القسمة بتحويل الأعداد المراد قسمتها إلى مكافئها العشري واجراء عملية القسمة المطلوبة ثم تحويل الناتج إلى مكافئه السادس عشر

مثال

أوجد ناتج قسمة الاعداد السادس عشر التالية:

$$(3264)_{16} \div (5)_{16}$$

الحل

يتم إجراء عملية القسمة بتحويل الأعداد المراد قسمتها إلى مكافئها العشري واجراء عملية القسمة المطلوبة ثم تحويل الناتج إلى مكافئه السادس عشر كما يلى:

١-تحويل الاعداد الى النظام العشري

$3264_{16} = 3 \times 16^3 + 2 \times 16^2 + 6 \times 16^1 + 4 \times 16^0$

$=3 \times 4096 + 2 \times 256 + 6 \times 16 + 4 \times 1$

$=12288 + 512 + 96 + 4 =12800_{10}$

$5_{16}= 5_{10}$

٢-اجراء القسمة في النظام العشري

$12800 \div 5 = 2560$

٣-تحويل الناتج الى النظام السادس عشر

$2560 \div 16 =160$ (الباقى = صفر)

$160 \div 16 =10$ (الباقى = صفر)

$10 \div 16 = 0$ (الباقى = ١٠ وهو يعادل A في النظام السادس عشر)

وبالتالي فإن :

$2560_{10} = A00_{16}$

الناتج

$$3264_{16} \div 5_{16} = A00_{16}$$

تدريبات منزلية

المطلوب اجراء العمليات التالية:

$(74B64)_{16} -(42AF1)_{16}$

$(9CAD819)_{16} - (23C0482)_{16}$

$(25)_{16} + (23)_{16} +(43)_{16} + (62)_{16}+(A4)_{16}+(F5)_{16} +(FC)_{16}+(AE)_{16}$

التحويل بين الأنظمة العددية
The Conversion between Numbering Systems

تلعب الأنظمة العددية دور أساسي في علم الحاسب الآلي حيث تستخدم للتعبير عن الأرقام وتمثيل البيانات بطرق متعددة حيث تتعدد الأنظمة وتختلف بناء على القاعدة التي تعتمد عليها مثل النظام العشري (المألوف في حياتنا اليومية)، والنظام الثنائي (المستخدم في الحاسبات)، والنظام الثماني والسداسي عشري (المستخدمان في البرمجة وهندسة الحاسب)

ان القدرة على التحويل بين هذه الأنظمة العددية هي مهارة ضرورية لفهم كيفية عمل الحاسبات والأنظمة الرقمية حيث تستخدم الحاسبات النظام الثنائي لتخزين البيانات وتنفيذ العمليات الحسابية، وفي الوقت نفسه يسهل استخدام الأنظمة الثمانية والسادس عشر لقراءة البيانات الثنائية وفهمها

في هذا الفصل نتعرف على الطرق المختلفة للتحويل بين الأنظمة العددية مثل العشري، الثنائي، الثماني، والسادس عشر، كما سنتناول أمثلة عملية وتطبيقات واقعية لتوضيح المفاهيم مما يساعد على إتقان هذا الموضوع الأساسي بسهولة

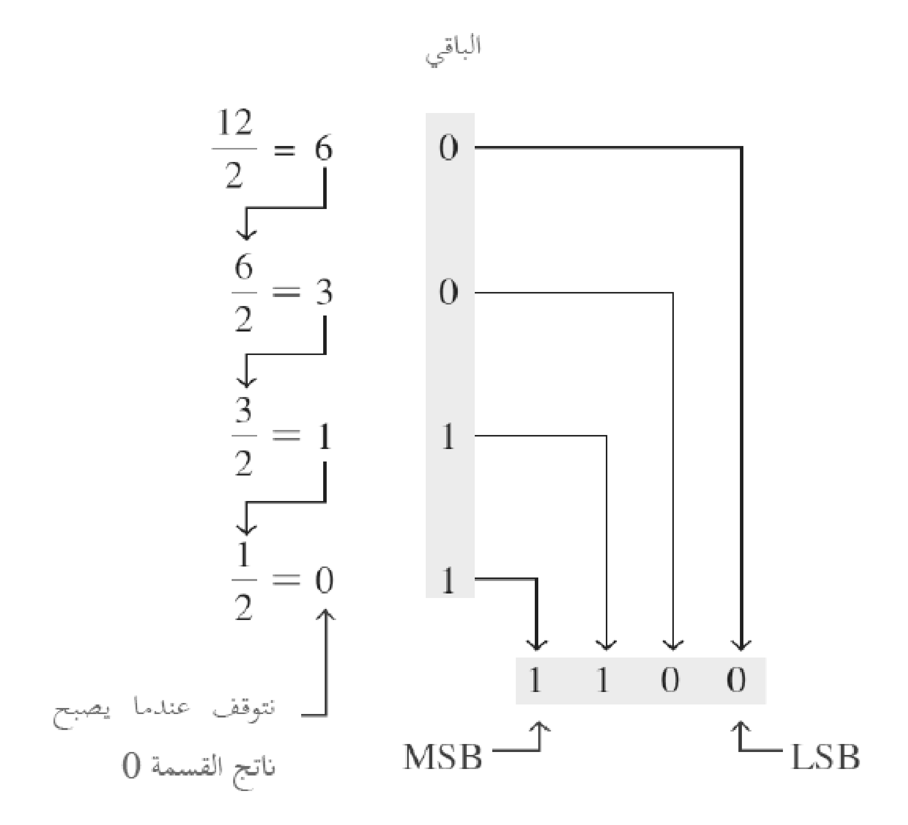
تحويل النظام العشري إلى النظام الثنائي Convert Decimal To Binary

من المعلوم أن الأعداد العشرية أساسها 10 والأعداد الثنائية أساسها 2 ، ويمكن إيجاد التمثيل الثنائي لعدد عشري من خلال تحويل جزئه الصحيح على حدة وجزئه الآخر على حدة

جدول يتضمن مجموعة من الأعداد العشرية وما يكافئها بالقيمة في النظام الثنائي

Decimal عشرى	Binary ثنائى
0	0
1	1
2	10
3	11
4	100
5	101
6	110
7	111
8	1000
9	1001
10	1010
11	1011
12	1100
13	1101
14	1110
15	1111

مثال : المطلوب تحويل العدد $(12)_{10}$ الى الثنائى
الحل



حيث ان:
-الخانة الموجودة أقصى اليمين في العدد الثنائي تسمى بالخانة الدنيا أو الخانة الأقل أهمية Least Significant Bit وتختصر الىً LSB وذلك لأنها الخانة الأقل وزناً
-الخانة الموجودة أقصى اليسار في العدد الثنائي تسمى بالخانة العليا أو الخانة الاكثر أهمية Most Significant Bitوتختصر الى MSB وذلك لأنها الخانة الأعلى وزناً

الخطوات
- قسمة العدد العشري على 2
- كتابة الباقي (0 أو 1)
-نكرر العملية مع الناتج حتى يصبح صفر
- نكتب الباقي بترتيب عكسي

القسمة Division by 2	خارج القسمة Quotient	الباقى Remainder	↑
12 ÷ 2	6	0	
6 ÷ 2	3	0	
3 ÷ 2	1	1	
1 ÷ 2	0	1	

الناتج

$$(12)_{10} = (1100)_2$$

مثال

المطلوب تحويل العدد العشري 12.6875 إلى نظيرة الثنائي

الحل

يتضمن العدد N:

قيمة صحيحة : $N_1=12$

قيمة كسرية : $N_2=6875$

أولا : التعامل مع القيمة الصحيحة : $N_I=12$

	الباقي	خارج القسمة	القسمة
↑	0	6	12 ÷ 2
	0	3	6 ÷ 2
	1	1	3 ÷ 2
	1	0	1 ÷ 2

$$N_1=(12)_{10}=(1100)_2$$

ثانيا : التعامل مع القيمة الكسريه $N_F=0.6875$

	الجزء الصحيح	ناتج الضرب	الضرب
↓	1	1.375	0.6875 × 2
	0	0.75	0.375 × 2
	1	1.5	0.75 × 2
	1	1.00	0.5 × 2

$$N_F=(0.6875)_{10}=(0.1011)_2$$

$$N = N_I + N_F = 1100\ .\ 1011$$

الناتج

$$(12.6875)_{10} = (1100\ .\ 1011)_2$$

تدريبات منزلية

المطلوب اجراء التحويلات التالية :

$(91)_{10} = (????)_2$

$(437.40625)_{10} = (????)_2$

$(24.625)_{10} = (????)_2$

$(0.390625)_{10} = (????)_2$

$(473)_{10} = (????)_2$

$(30)_{10} = (?????)_2$

تحويل النظام الثنائي إلى نظام عشري Convert Binary To Decimal

نظرًا للاعتياد على مفاهيم الأعداد العشرية بسبب الاستخدام المتكرر في الحياة العامة، فإننا نحتاج عند التعامل مع أي نظام عددي إلى معرفة ما يعنيه ذلك العدد وفقا للمألوف في النظام العشري، علما أن الأعداد الثنائية هي أبسط بكثير من الأعداد العشرية، فالعدد الثنائي لا يتضمن سوى الصفر أو الواحد

- تحديد موقع الرقم الثنائي ورتبه موقعه كأس للأساس ٢
- إهمال المواقع التي بها صفر نظرا لأن نواتجها تساوى صفر مما لا يؤثر في الجمع (أي مقدار مضروب في الصفر =صفر)
- جمع المواقع الموجود بها الوحدات.

مثال :حول العدد الثنائي 10111000 إلى نظيره العشري

الحل

نكتب الرتب أعلى كل عنصر ثم نجمع قوى 2 التي عددها الثنائي = 1 كما يلي:

رتبه العنصر	2^0	2^1	2^2	2^3	2^4	2^5	2^6	2^7	المجموع
العدد الثنائي	0	0	0	1	1	1	0	1	-
النظير العشري	-	-	-	8	16	32	-	128	184

الناتج

$$(10111000)_2 = (184)_{10}$$

مثال

حول العدد الثنائي 001.1101 إلى نظيره العشري

الحل

رتبه العنصر	2^{-4}	2^{-3}	2^{-2}	2^{-1}		2^0	2^1	2^2	المجموع
العدد الثنائي	1	0	1	1	.	1	0	0	-
النظير العشري	0.0625	-	0.25	0.5		1	-	-	1.8125

الناتج

$$(001.1101)_2 = (1.8125)_{10}$$

طريقة أخرى للحل

حول العدد الثنائى التالى الى النظام العشرى :$(1100.101)_2$

الحل

$$(1100.101)_2 = 0\times2 + 0\times2^1 + 1\times2^2 + 1\times2^3 + 1\times2^{-1} + 0\times2^{-2} + 1\times2^{-3}$$

$$= 0 + 0 + 4 + 8 + 0.5 + 0 + 0.125 = (12.625)_{10}$$

مثال : أوجد التمثيل الثنائي للعدد العشري 208. 78125

الحل

يتضمن الرقم قيمتين :

قيمة صحيحة : N_1=208 قيمة كسرية : N_2 =78125

أولا : التعامل مع القيمة الصحيحة : N_I=208

نقسم الرقم N_I وخارج القسمة المتتالية على القيمة ٢ ونحدد في كل مره باقي القسمة (دائما يكون باقي القسمة إما 1 أو 0) وعندما نصل إلى أن خارج القسمة = صفر يدل ذلك على نهاية عملية التحويل وتجدر الإشارة إلى انه يتم التعامل مع خارج القسمة من أسفل إلى أعلى كما يلي :

القسمة	خارج القسمة		الباقي	
208 ÷ 2	104		0	↑
104 ÷ 2	52		0	
52 ÷ 2	26		0	
26 ÷ 2	13		0	
13 ÷ 2	6		1	
6 ÷ 2	3		0	
3 ÷ 2	1		1	
1 ÷ 2	0		1	

$$N_1=(208)_{10}= (11010000)_2$$

ثانيا : التعامل مع القيمة الكسريه N_F =0.78125

نضرب القيمة N_F والأجزاء الكسرية المتتالية (الناتجة من الضرب) في الرقم 2 ثم نحدد الجزء الصحيح الناتج من الضرب (لا يدخل الجزء الصحيح مرة ثانية في عملية الضرب التالية) وتتوقف العملية عندما يكون الجزء الكسرى هو الصفر ونلاحظ أن الجزء الصحيح الناتج من الضرب يكون دائما 0 أو 1 وتجدر الإشارة إلى انه يتم التعامل مع ناتج الضرب من أعلى إلى أسفل كما يلي :

الضرب	ناتج الضرب	الجزء الصحيح	
0.78125 × 2	1.5625	1	↓
0.5625 × 2	1.125	1	
0.125 × 2	0.25	0	
0.25 × 2	0.5	0	
0.5 × 2	1.00	1	

$$N_F =(0.78125)_{10} = (0.11001)_2$$

$$N = N_I + N_F =11010000 . 11001$$

الناتج

$$(208. 78125)_{10} = (11010000 . 11001)_2$$

تدريبات منزليه

المطلوب تنفيذ التحويلات التالية :

$(101001)_2 = (????)_{10}$

$(10101101)_2 = (????)_{10}$

$(110.1011)_2 = (????)_{10}$

التحويل من النظام العشري إلى النظام الثماني

Convert Decimal To Octet

لتحويل عدد عشري إلى ثماني نتبع الخطوات التالية :
- قسمة العدد العشري على ٨ -نكتب الباقي -تكرار العملية مع الحاصل حتى يصبح صفر
-نكتب الباقي بترتيب عكسي
مثال : حول العدد العشري 648 إلى عدد ثماني

الحل

العدد	أساس القسمة	الباقي	
648	8		↑
81		0	
10		1	
1		2	
0		1	

الناتج

$$(648)_{10} = (1210)_8$$

تدريبات منزليه

المطلوب اجراء عملية التحويل التالية:

$(1476)_{10} = (????)_8$
$(359)_{10} = (?????)_8$

التحويل من النظام الثماني إلى النظام العشري

Convert Octet to Decimal

يتم التحويل برفع مرتبه قوى العدد الثماني وضرب كل منها في معاملها

مثال : المطلوب تحويل العدد الثماني 2154 إلى نظيره العشري

الحل

نظرا لأن الأساس في العدد الثماني = 8 لذا نضرب قوى الأس للأساس 8 كما يلي :

$(2154)_8 = 2 \times 8^3 + 1 \times 8^2 + 5 \times 8^1 + 4 \times 8^0$

$(2154)_8 = 2 \times 512 + 1 \times 64 + 5 \times 8 + 4 \times 1$

$(2154)_8 = 1024 + 64 + 40 + 4$

الناتج

$$(2154)_8 = (1132)_{10}$$

مثال :المطلوب تحويل العدد الثماني 35.6 إلى نظيره العشري

الحل

$(35.6)_8 = 5\times8^0 + 3\times8^1 + 6\times8^{-1}$

$= 5 + 24 + 0.75$

الناتج

$$(35.6)_8 = (29.75)_{10}$$

تدريب منزلى

المطلوب اجراء عملية التحويل التالية:

$(25164)_8 = (????)_{10}$

التحويل من النظام العشري إلى النظام السادس عشر

Decimal To Hexadecimal

يتم القسمة على الرقم 16 ونحدد البواقي

مثال : المطلوب تحويل العدد العشري $(8617)_{10}$ إلى سادس عشر

الحل

القسمة	خارج القسمة	الباقي	
8617 ÷ 16	538	9	↑
538 ÷ 16	33	10	
33 ÷ 16	2	1	
2 ÷ 16	0	2	

نقوم باستبدال الرقم العشري 10 بالحرف A

الناتج

$$(8617)_{10} = (21A9)_{16}$$

التحويل من النظام السادس عشر إلى النظام العشري

Hexadecimal To Decimal

يتم التحويل في صورة المفكوك للأساس 16

مثال

المطلوب تحويل العدد السادس عشر $(54D6)_{16}$ إلى عشري

الحل

$$(54D6)_{16}= 5\times16^3 + 4\times16^2 + 13 \times16^1 + 6\times16^0$$

$$(54D6)_{16}= 5\times 4096 + 4 \times 256 + 13 \times 16 + 6 \times 1$$

$$(54D6)_{16}= 20480 + 1024 + 208 + 6$$

الناتج

$$(54D6)_{16}= (21718)_{10}$$

مثال

المطلوب تحويل العدد السادس عشر $(2F.8)_{16}$ إلى عشري

الحل

$$(2F.8)_{16}= 15\times16 + 2\times16^1 + 8\times16^{-1} =15 + 32 + 0.5= (47.5)_{10}$$

الناتج

$$(2F.8)_{16}=(47.5)_{10}$$

تدريب منزلى

المطلوب اجراء عمليه التحويل التالية:

$$(217)_{16} = (????)_{10}$$

التحويل من النظام الثنائي الى النظام الثماني

Convert Binary to Octet

يعتمد التحويل من النظام الثنائى الى النظام الثماني على الجدول التالى:

الرقم الثماني	المكافئ الثنائي
0	000
1	001
2	010
3	011
4	100
5	101
6	110
7	111

نقوم بأخذ كل ثلاث أعداد ثنائية من الناحية اليمنى وذلك لانه في بعض الحالات يبقى عدد أو عددين ثنائيين بمفردهما دون الثالث عندئذ نقوم بإضافة صفر أو صفرين على يسار الاعداد (الصفر ناحية اليسار لا تكون له قيمة) ونضيف الاصفار لكي يكتمل العدد ويصبح مكون من ثلاثة أعداد، ثم ننظر الى الجدول السابق وننظر الى العدد المكافئ لكل ثلاثة أعداد ثنائية من النظام الثمانى

مثال: المطلوب تحويل العدد الثنائي 10101011111 إلى نظيره الثماني

الحل

نجزئ العدد الثنائي (من اليمين إلى اليسار) إلى أجزاء كل جزء يضم ثلاث وحدات (نضيف على يسار الرقم الثنائي0 لتكتمل المجموعة الأخيرة وتصبح ثلاثة عناصر) كما يلي :

010	101	011	111
2	5	3	7

الناتج

$$(10101011111)_2 = (2537)_8$$

مثال : المطلوب تحويل العدد الثنائي $(10011101110)_2$ الى النظام الثماني

الحل

010	011	101	110
2	3	5	6

الناتج

$$(10011101110)_2 = (2356)_8$$

مثال : المطلوب تحويل العدد الثنائى (0101111.) الى النظام الثماني

الحل

010	111	100
2	3	4

الناتج

$$(.0101111)_2 = (.234)_8$$

مثال: المطلوب تحويل العدد الثنائى $(11001.01)_2$ الى النظام الثماني

الحل

011	001	.010
3	1	2

الناتج

$$(11001.01)_2 = (31.2)_8$$

مثال

المطلوب تحويل العدد الثنائي 10100.0101 إلى نظيرة الثماني

الحل

010	100	.	010	100
2	4	.	2	4

الناتج

$$(10100.0101)_2 = (24.24)_8$$

التحويل من النظام الثماني إلى النظام الثنائي

Convert Octet to Binary

هو عمليه عكسية للتحويل من النظام الثنائى الى الثماني من خلال جدول التحويل السابق، وبالتالي لتحويل عدد ثماني إلى المكافئ الثنائي نستبدل بكل رقم ثماني مكافئة الثنائي

مثال : المطلوب تحويل العدد الثماني 5306 إلى نظيره الثنائي

الحل

5	3	0	6
101	011	000	110

الناتج

$$(5306)_8 = (101\ 011\ 000\ 110)_2$$

مثال : المطلوب تحويل العدد الثماني 62.7 الى نظيره الثنائى

الحل

$$(62.7)_8 = (110\ 010\ .\ 111)_2$$

تدريبات منزلية

المطلوب اجراء عمليات التحويل التالية:

$(21.673)_8= (????)_2$

$(43027)_8= (????)_2$

$(247)_8= (????)_2$

التحويل من النظام الثنائي الى النظام السادس عشر

Binary to Hexadecimal

هذا التحويل يماثل حالة التحويل بين النظام الثنائي والنظام الثماني ولكن تختلف فقط في أن كل عدد سادس عشر يكافئ أربع أعداد ثنائية بالاعتماد على الجدول التالي:

العدد السادس عشر	العدد الثنائي
0	**0000**
1	**0001**
2	**0010**
3	**0011**
4	**0100**
5	**0101**
6	**0110**
7	**0111**
8	**1000**
9	**1001**
A	**1010**
B	**1011**
C	**1100**
D	**1101**
E	**1110**
F	**1111**

مثال

المطلوب تحويل العد الثنائي (0010 1110. 1010) الى النظام السادس عشر

الحل

الناتج

$$(0010\ 1110.1010)_2 = (2E.A)_{16}$$

مثال

حول العدد الثنائى (1011 0101 .1100 1111) الى النظام السادس عشر

الحل

الناتج

$$(1111\ 1100.\ 0101\ 1011)_2 = (FC.5B)_{16}$$

التحويل من النظام السادس عشر الى النظام الثنائي
Hexadecimal to Binary

مثال : المطلوب تحويل العدد السادس عشر(AB.6D) الى النظام الثنائى
الحل

الناتج

$$(AB.6D)_{16} = (1010\ 1011.0110\ 1101)_2$$

مثال : حول العدد السادس عشر(9C.8F3) الى النظام الثنائى
الحل

الناتج

$$(9C.8F3)_{16} = (1001\ 1100.1000\ 1111\ 0011)_2$$

تدريب منزلى

المطلوب اجراء عملية التحويل التالية:

$$(2A9)_{16} = (????)_2$$

التحويل من النظام السادس عشر إلى النظام الثماني

Hexadecimal to Octet

نقوم أولاً بتحويل العدد إلى النظام الثنائي وذلك باستبدال كل رقم من أرقام العدد السادس عشر إلى مكافئه الثنائي المكون من أربعة خانات، وبعد ضم الأرقام الثنائية إلى بعضها نقوم مرة أخرى بتقسيمها إلى مجموعات من ثلاثة خانات ونستبدل كل مجموعة برقم ثماني وبذلك نكون قد حصلنا على العدد الثماني المطلوب

مثال :المطلوب تحويل العدد السادس عشر $(B51.DF2)_{16}$ الى نظيره الثماني

الحل

- نقوم بتحويل العدد السادس عشر إلى مكافئه الثنائي

B	5	1	.	D	F	2
11	5	1		13	15	2
1011	0101	0001	.	1101	1111	0010

إعادة تقسيم العدد الثنائي إلى مجموعات كل منها يتكون من ثلاثة خانات ثنائية ثم نكتب العدد الثماني المكافئ لكل مجموعة

101	101	010	001	.	110	111	110	010
5	5	2	1	.	6	7	6	2

الناتج

$$(B51.DF2)_{16} = (5521.6762)_8$$

تدريب منزلى

المطلوب اجراء عملية التحويل التالية:

$$(AD4)_{16} = (????)_8$$

التحويل من النظام الثماني الى النظام السادس عشر

Octet To Hexadecimal

نقوم أولاً بتحويله من الثماني إلى الثنائي ثم نقسم العدد الثنائي الناتج إلى مجموعات كل منها يتكون من أربعة خانات ونقوم باستبدال كل مجموعة منها بما يكافئها في النظام السادس عشر

مثال : حول العدد الثماني $(163.45)_8$ الى نظيره السادس عشر

1 6 3 . 4 5

↓ ↓ ↓ ↓ ↓

001 110 011 . 100 101

00111 0011 . 1001 0100

↓ ↓ ↓ ↓

7 3 . 9 4

الناتج

$$(163.45)_8 = (73.94)_{16}$$

ملحوظات

-عند التحويل من أي نظام (ثنائى- ثماني- سادس عشر) الى النظام (العشرى) فأننا نضرب في أساس النظام المحول منه

-عند التحويل من النظام (العشرى) الى أي نظام (ثنائى- ثماني- سادس عشر) نتبع لآتى :

-إذا كان العدد العشرى الذى نريد تحويله صحيح فإننا نقسم على أساس النظام المحول اليه

- اذا كان العدد العشرى المراد تحويله كسري فإننا نضرب في أساس النظام المحول اليه

تدريب منزلى

المطلوب اجراء عملية التحويل التالية:

$$(5324)_8 = (????)_{16}$$

التمارين

١- حول الكسر العشرى 10(0625 . 0) إلى مقابله الثنائي
٢-حول العدد العشري 48 إلى النظام الثنائي
٣- حول العدد الثنائي 1011 إلى النظام العشري
٤-حول العدد العشري 92 إلى النظام الثماني
٥- حول العدد الثماني 543 إلى النظام العشري
٦-حول العدد الثنائي 1101 إلى النظام الثماني
٧-حول الكسور العشرية التالية إلى الشكل الثنائي

(a) 0.26
(b) 0.762
(c) 0.0975

٨-حول الارقام الثنائية التالية الى الشكل العشري

(a) 001
(b) 010
(c) 101
(d) 100001
(e) 1010
(f) 1011
(g) 1110
(h) 1111

٩-نفذ عملية الضرب على الأرقام الثنائية التالية-

(a) 11 * 10
(b) 101 * 11
(c) 111 * 110
(d) 1100 * 101
(e) 1110 * 1110
(f) 1111 * 1100

١٠-حول الأعداد العشرية التالي إلى الشكل الثنائي

(a) 65
(b) 97
(c) 127
(d) 198
(e) 12
(f) 15
(g) 25
(h) 50

١١-اجمع الأرقام الثنائية التالية:

(a) 10 + 10
(b) 10 + 11
(c) 100 + 11
(d) 111 + 101
(e) 1111 + 111
(f) 1111 + 1111

١٢-نفذ عملية القسمة على الأرقام الثنائية التالية-

(a) 110 /11
(b) 1010/ 10
(c) 1111/101

١٣-اطرح الأرقام الثنائية التالية-

(a) 1111 - 11
(b) 1101 - 101
(c) 110000 - 1111

الفصل الثاني

(٢)

البوابات المنطقية
Logic Gates

الفصل الثاني
البوابات المنطقية Logic Gates

مقدمة

تحتوي معظم الأنظمة الرقمية، كالحاسبات وأنظمة الاتصالات على مجموعة من الدوائر المنطقية التي تؤدي العمليات الأساسية، والتي يتكرر تنفيذها كثيراً وبسرعة كبيرة جداً، وهذه العمليات الأساسية هي في الواقع مجموعة من العمليات المنطقية، ولذلك تسمى الدوائر البسيطة التي تقوم بهذه العمليات بالدوائر أو البوابات المنطقية.

وتمثل البوابات المنطقية حجر الأساس لبناء أي دائرة منطقية، ومن ثم أي نظام رقمي أو منطقي، فهي دوائر رقمية لها وظيفة محددة، وعند تجميع عدد من البوابات المنطقية يمكن أن نبني الدائرة المنطقية
وكلمة منطق تعنى عملية" صنع القرار " ، لذا فإن بوابة المنطقية هي البوابة التي تعطي خرج فقط عندما تتحقق شروط معينة على مداخل هذه البوابة.
يقدم هذا الفصل شرحاً لكل بوابة من البوابات المنطقية الأساسية، من حيث جدول الحقيقة لهذه البوابة والرمز القياسي المستخدم لكل منها
وسوف نحصل من التركيبات البسيطة للبوابات الأساسية على باقي أنواع البوابات الأخرى.

وبالتالي فإن البوابات المنطقية هي عناصر أساسية في الدوائر الرقمية وهي تستخدم لتنفيذ العمليات المنطقية على الإشارات الرقمية وهذه البوابات تعتمد على المنطق الثنائي (0 ،1) وتنتج إشارة خرج بناءً على حالة الإشارات الواردة إليها.

مستويات الإشارة المنطقية Logic Signal Levels

تعمل البوابات المنطقية على السماح بمرور البيانات أو عدم مرورها، وعند سماحها للبيانات بالمرور بمكن أن يقاس ذلك كجهد خرج لها وكذلك عند منعها، أي أن لها مستويان من جهد الخرج
ويختلف جهد الخرج عند السماح بمرور البيانات عن جهد الخرج عند منع مرورها، وهذان المستويان للخرج يناسبان تماماً نظام الأعداد الثنائية حيث ان :
-اذا كان جهد الخرج مرتفع HIGH : فإنه يقابل المستوى الثنائي(1)
-اذا كان جهد الخرج منخفض LOW : فإنه يقابل المستوى الثنائي(0)

وهناك نوعان من المنطق:
-النوع الأول : المنطق الموجب Positive Logic
إذا كان مستوى اشارة خرج البوابة الذي يقابل المستوى (1) أكثر ايجابية من المستوى(0) ، يقال أن البوابة تعمل على منطق موجب
-النوع الثاني : المنطق السالب Negative Logic
إذا كان المستوى(0) أكثر ايجابية من المستوى (1) يقال أن البوابة تعمل على منطق سالب

المتغير المنطقى Logical Variable

المتغير المنطقي هو أي متغير يمكن أن يأخذ قيمة واحدة فقط من قيمتين ، فمثلا :

صواب	أو	خطأ
True	or	False
On	or	Off
High	or	Low
Male	or	Female
White	or	Black
Low	or	Hight

- يرمز لإحدى القيمتين بالرمز 1 وللقيمة الاخرى بالرمز 0
-أي متغير منطقي لا يمكن أن يأخذ الا إحدى هاتين القيمتين ولا يوجد احتمال ثالث
-إذا كان X متغير منطقي فإما أن يكون X=1 أو X=0

العمليات المنطقية Logical Operations

هى العمليات التى يمكن إجراؤها على المتغيرات المنطقية، بعض هذه العمليات أساسية وهى عمليات: NOT- AND -OR ، وبعضها غير أساسية مثل عمليات(NOR – NAND- XOR) وهذه العمليات يمكن التعبير عنها باستخدام العمليات الاساسية

عملية النفى Logical Inversion OR complementation NOT

يطلق عليها أيضا عملية العكس المنطقى Logical Inversion أو المتمم complementation وفيها تكون المخرجات عبارة عن معكوس المدخلات
فإذا كان الدخل =1 ، فإن الخرج =0 ، والعكس صحيح
ويرمز للعملية بوضع خط فوق المتغير مما يعنى انه معكوس

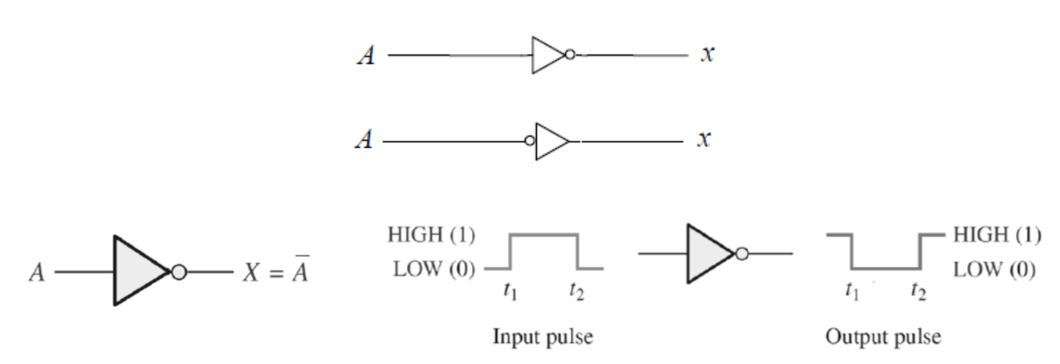
$$x = NOT\ A$$

$$x = \overline{A}$$

ويسمى الجدول التالي بجدول الصواب Truth Table للعملية NOT وهو لتوضيح جميع احتمالات الدخل والخرج المقابل لكل منها

A	x
0	1
1	0

نلاحظ ان الدخل متغير واحد هو A يأخذ احتمالين فقط: إما القيمة 0 أو القيمة 1، والخرج هو X والبوابة المنطقية التى تقوم بإجراء تلك العملية هي البوابة NOT Gate وتسمى ايضا بالعاكس المنطقي Logic Inverter ، ويمكن استخدام أي من الشكلين التاليين في تمثيل بوابة NOT



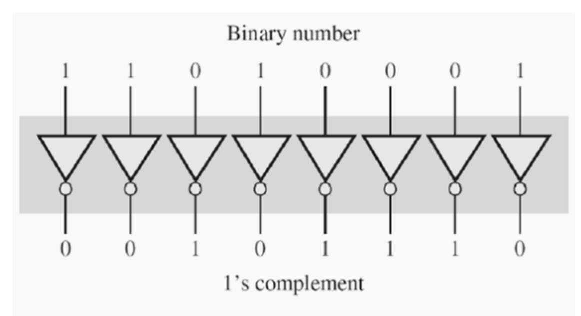
التعبير المنطقى لبوابة النفى NOT مع نبضه الدخل Input pulse ونبضه الخرج Output Pulse

<u>تطبيق على بوابة النفى Application on NOT Gate</u>

التطبيقات على استخدام بوابة النفي Inverter كثيرة ومتعددة، فبوابة النفي من أكثر البوابات المنطقية استخداماً

مثال على بوابة النفي:

لدينا دائرة تنتج المتمم الأحادي 1's complement لرقم ثنائي بثمان خانات (8 بت 8-bit binary number)، وهي دائرة تبنى من بوابات نفي على التوازي



شكل يوضح تطبيق على بوابة بوابة النفي Inverter الدائرة التي تنتج المتمم الأحادي 1's complement

عملية التكافؤ Equivalence

يكون الخرج مساويا للدخل ، ويرمز لها بعلامة التساوي وجدول الصواب للعملية كما يلى:

A	x
0	0
1	1

وتسمى البوابة المنطقية التي تقوم بتلك العملية بالعازل Buffer ويتم تمثيلها بالشكل التالي:

A —▷— x

عملية الضرب المنطقي Logical Multiplication AND

يكون الخرج مساويا للواحد فقط إذا كانت جميع متغيرات الدخل =1 ، ويكون الخرج مساويا 0 إذا كان أي متغير من متغيرات الدخل مساويا 0 ، ويرمز لتلك العملية بأي من الطرق التالية:

$$x = A \ AND \ B$$

$$x = A \cdot B$$

$$x = AB$$

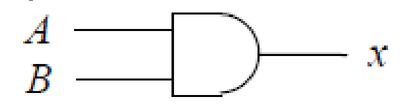
وجدول الصواب لبوابة AND لمدخلين كما يلى:

A	B	x
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

نلاحظ انه نظرا لوجود متغيرين للدخل هما A، B فإنه توجد أربع احتمالات للدخل، والقاعدة العامة فى جداول الصواب هي:

إذا كان عدد متغيرات الدخل هو N فإن عدد احتمالات الدخل (عدد أسطر جدول الصواب 2^N)

والبوابة المنطقية التي تقوم بإجراء تلك العملية هى AND ويرمز لها بالشكل التالى :



هذا وقد يكون لبوابة AND أكثر من مدخلين كما يلى :

A B C — $X = ABC$ A B C D — $X = ABCD$

عملية الجمع المنطقي Logical Addition OR

يكون الخرج = 1 إذا كان أي من متغيرات الدخل مساويا 1 ، ويكون الخرج = 0 إذا كانت جميع متغيرات الدخل مساويا 0 ، ويرمز لهذه العملية بأي من الطريقتين التاليين :

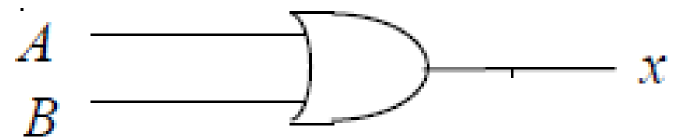
$$x = A \ OR \ B$$

$$x = A + B$$

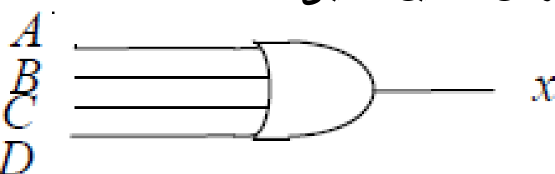
وفيما يلى جدول الصواب لبوابة OR بمدخلين

A	B	x
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

البوابة المنطقية التي تقوم بتلك العملية هي البوابة OR ويرمز لها بالشكل التالي:



وقد يكون لبوابة OR أكثر من مدخلين كما يلى :



العملية NAND

هي عملية **NOT** متبوعة بعملية **AND**، ويرمز لها بأي من الطرق التالية:

$$x = A \ NAND \ B$$

$$x = \overline{A \ AND \ B}$$

$$x = \overline{A \cdot B}$$

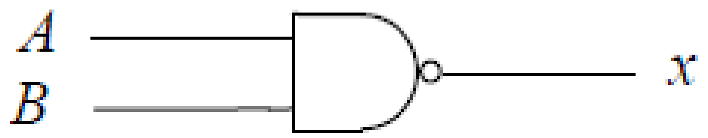
$$x = \overline{AB}$$

$$x = A \uparrow B$$

والجدول التالي هو جدول الصواب للعملية **NAND** وهو عكس العملية **AND**

A	B	x
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

البوابة المنطقية التى تقوم بتلك العملية هى البوابة **NAND** ويرمز لها بالشكل التالي:



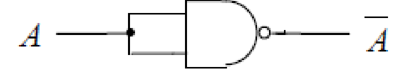
كفاية عملية NAND (Sufficiency of NAND)

يقصد بكفاية عملية **NAND** هو أن العمليات المنطقية الثلاث **(OR ،AND ،NOT)** يمكن إجراؤها جميعا باستخدام بوابات **NAND**، وبالتالي يمكن بناء أي دائرة منطقية باستخدام بوابات **NAND** فقط

ويوضح الجزء التالي إجراء العمليات المنطقية الاساسية الثلاث باستخدام بوابات **NAND** :

العمليه NOT

يمكن أن نقوم باستخدام بوابة NAND كعاكس منطقي يربط جميع أطراف الدخل لها في طرف واحد

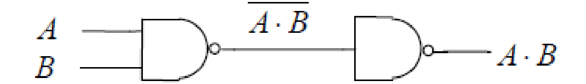


ويمكن أن نرمز لبوابة NAND المستخدمة كعاكس منطقي في بوابة NAND بطرف دخل واحد كما يلي:



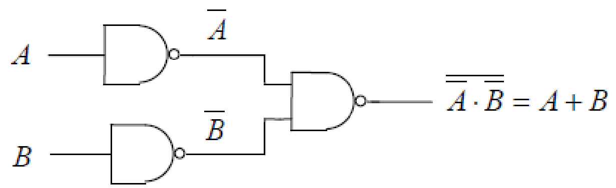
العملية AND

يمكن إجراء عملية AND من خلال إجراء عملية NAND متبوعة بعملية عكس منطقي



العملية OR

يمكن إجراء OR من خلال إجراء عملية NANA مسبوقة بعملية عكس منطقي لكل طرف من أطراف الدخل



جدول الصواب التالي يثبت ما يلى :

$$\overline{\overline{A} \cdot \overline{B}} = A + B$$

A	B	$\overline{A}$	$\overline{B}$	$\overline{A} \cdot \overline{B}$	$\overline{\overline{A} \cdot \overline{B}}$	$A + B$
0	0	1	1	1	0	0
0	1	1	0	0	1	1
1	0	0	1	0	1	1
1	1	0	0	0	1	1

المنطق الثنائي Binary Logic

يوضح الجدول التالي (جدول الثقة أو الصواب أو الصدق Truth table) أهم الروابط المستخدمة لإنشاء الدوال Functions

		AND	OR	OR	
x	Y	X.Y	X+Y	X	Y
0	0	0	0	1	1
0	1	0	1	1	0
1	0	0	1	0	1
1	1	1	1	0	0

العملية NOR

عبارة عن عملية OR متبوعة بعملية NOT ، أي انها عملية NOT OR ، ويرمز لها بأي من الطرق التالية :

$$x = A\ NOR\ B$$

$$x = \overline{A\ OR\ B}$$

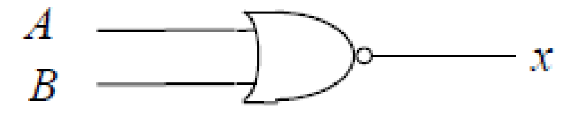
$$x = \overline{A + B}$$

$$x = A \downarrow B$$

الجدول التالي هو جدول الصواب لعملية NOR وهو عكس عملية OR

A	B	x
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

البوابة المنطقية التى تقوم بإجراء هذه العملية هى البوابة NOR ويرمز لها بالشكل التالي:



كفاية عملية NOR (Sufficiency of NOR)

يقصد بكفاية عملية NOR هو أن العمليات المنطقية الثلاث (NOT، AND، OR) يمكن إجراؤها جميعا باستخدام بوابات NOR، وبالتالي يمكن بناء أي دائرة منطقية باستخدام بوابات NOR فقط، والجزء التالي يوضح إجراء العمليات المنطقية الاساسية الثلاث باستخدام بوابات NOR

عملية NOT

يمكن أن نقوم باستخدام بوابة NOR كعاكس منطقي يربط جميع أطراف الدخل لها في طرف واحد

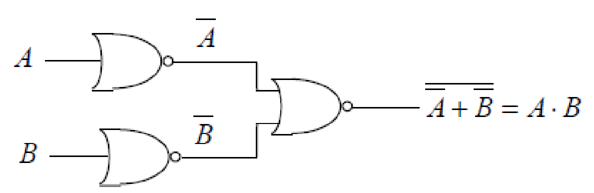
ويمكن أن نرمز لبوابة NOR المستخدمة كعاكس منطقي ببوابة NOR بطرف دخل واحد أي

عملية OR

يمكن إجراء عملية OR من خلال إجراء عملية NOR متبوعة بعملية عكس منطقي

عملية AND

يمكن إجراء عملية AND من خلال عملية NOR مسبوقة بعملية عكس منطقي لكل طرف من أطراف الدخل



جدول الصواب التالي يثبت أن:

$$\overline{\overline{A}+\overline{B}} = A \cdot B$$

A	B	$\overline{A}$	$\overline{B}$	$\overline{A}+\overline{B}$	$\overline{\overline{A}+\overline{B}}$	$A \cdot B$
0	0	1	1	1	0	0
0	1	1	0	1	0	0
1	0	0	1	1	0	0
1	1	0	0	0	1	1

وتتوفر بوابات NAND ، وبوابات NOR بأكثر من مدخلين ، مثلها فى ذلك مثل بوابات AND وبوابات OR

عملية XOR

تمثل اختصار لعبارة Exclusive OR، وتسمى عملية الاختلاف، حيث أن الخرج يساوى 1 إذا كان الدخلان مختلفين، ويساوى 0 إذا كانا متشابهين، ويرمز لها بإحدى الطريقتين التاليتين:

$$x = A \ XOR \ B$$

$$x = A \oplus B$$

ويمثل الجدول التالي جدول الصواب للعملية XOR

A	B	x
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

البوابة المنطقية التي تقوم بإجراء تلك العملية هي البوابة XOR ويرمز لها بالشكل التالي:

A
B
x

ويمكن التعبير عن العملية XOR باستخدام العمليات الأساسية الثلاث كما يلى :

$$A \oplus B = \overline{A}B + A\overline{B}$$

وجدول الصواب التالي يثبت أن:

$$A \oplus B = \overline{A}B + A\overline{B}$$

A	B	$\overline{A}$	$\overline{B}$	$\overline{A}B$	$A\overline{B}$	$\overline{A}B + A\overline{B}$	$A \oplus B$
0	0	1	1	0	0	0	0
0	1	1	0	1	0	1	1
1	0	0	1	0	1	1	1
1	1	0	0	0	0	0	0

العملية XNOR

هي معكوس عملية XOR وتسمى عملية التساوي، حيث أن الخرج يساوى 1 إذا كان الدخلان متساويين، ويساوى 0 إذا مختلفين، ويرمز لها بإحدى الطريقتين التاليتين:

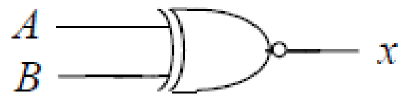
$$x = A\ XNOR\ B$$

$$x = \overline{A \oplus B}$$

الجدول التالي هو جدول الصواب لعملية XNOR

A	B	x
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

والبوابة المنطقية التي تقوم بإجراء هذه العملية هي البوابة XNOR ويرمز لها بالشكل التالي:



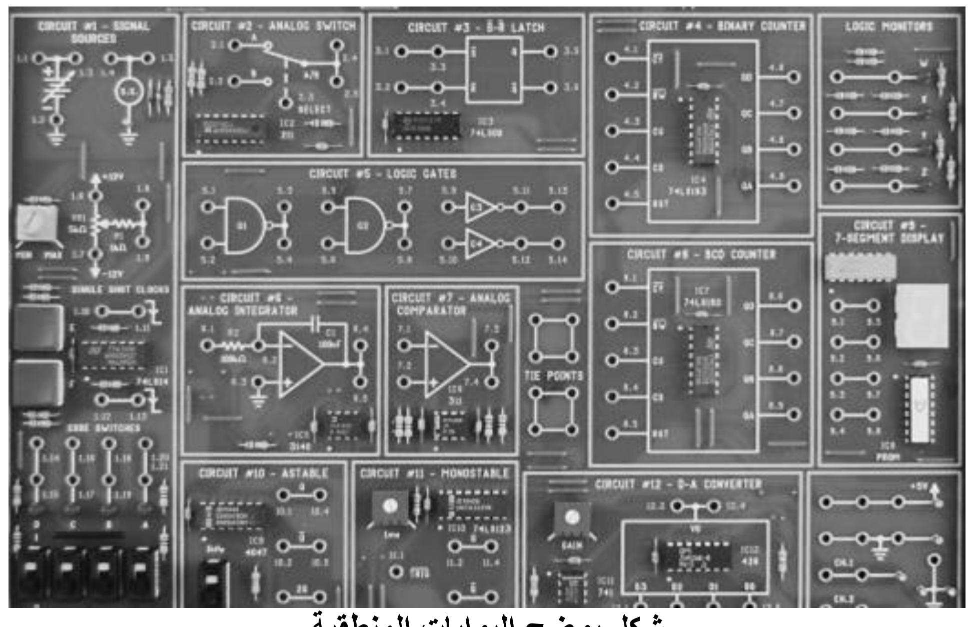
ويمكن التعبير عن العملية XNOR باستخدام العمليات الاساسية الثلاث كالتالي:

$$\overline{A \oplus B} = AB + \overline{AB}$$

البوابات المنطقية Logic Gates

يوضح الجدول التالي كيفية تمثيل الروابط بالرسم لكى نتمكن من تمثيل الدوال بالرسم

Name	Graphic Symbol	Algebraic Function
AND		F=xy
OR		F=x+y
Inverter		F=x'



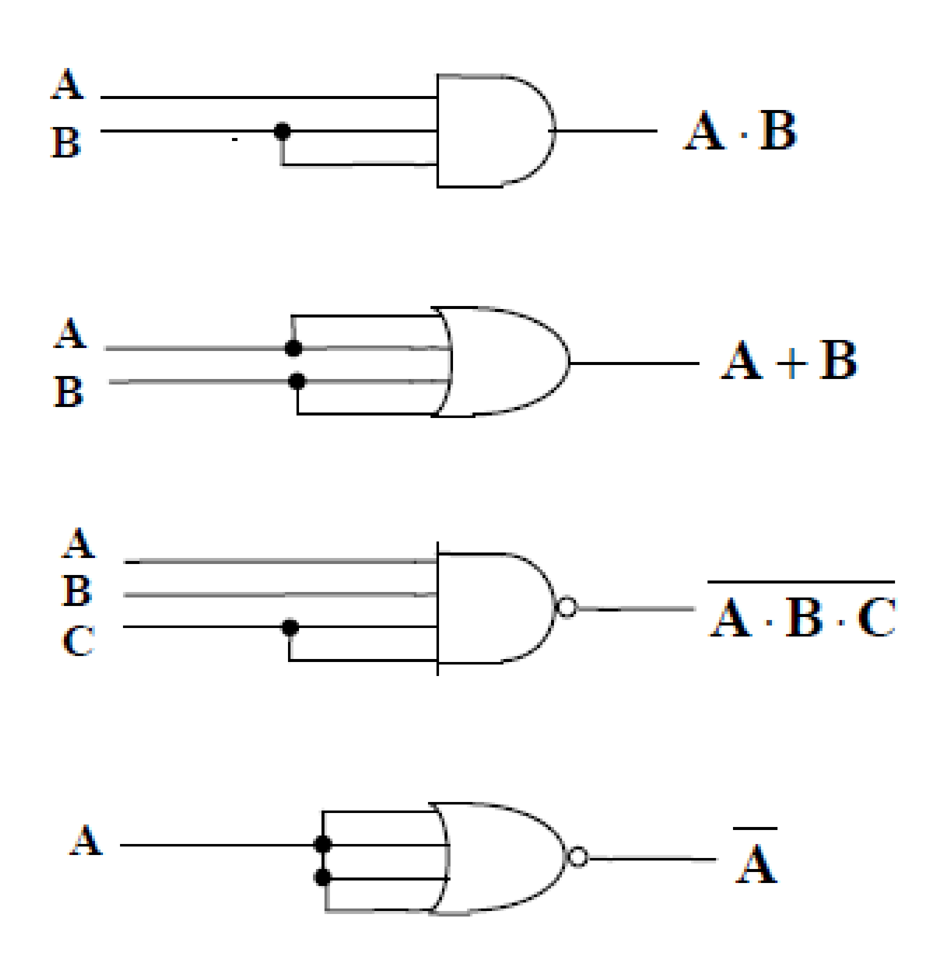
شكل يوضح البوابات المنطقية

تغيير عدد أطراف الدخل Fan-In للبوابة المنطقية

في كثير من الاحيان تتوفر لنا بوابات منطقية بعدد من أطراف الدخل Fan-In أكبر أو أقل مما نحتاج اليه، وتتمثل الأساليب المختلفة التي يمكن إتباعها لتغيير عدد أطراف الدخل للبوابة المنطقية بالزيادة أو بالنقصان فيما يلي:

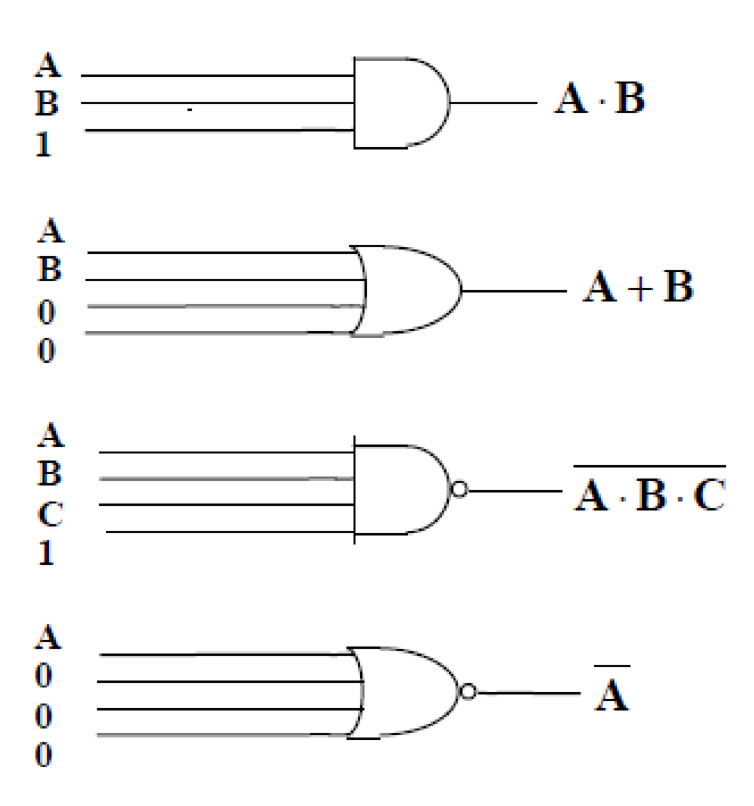
تقليل عدد أطراف الدخل

يتم ذلك بربط طرف الدخل الزائد بأحد أطراف الدخل المستخدمة، فمثلا:



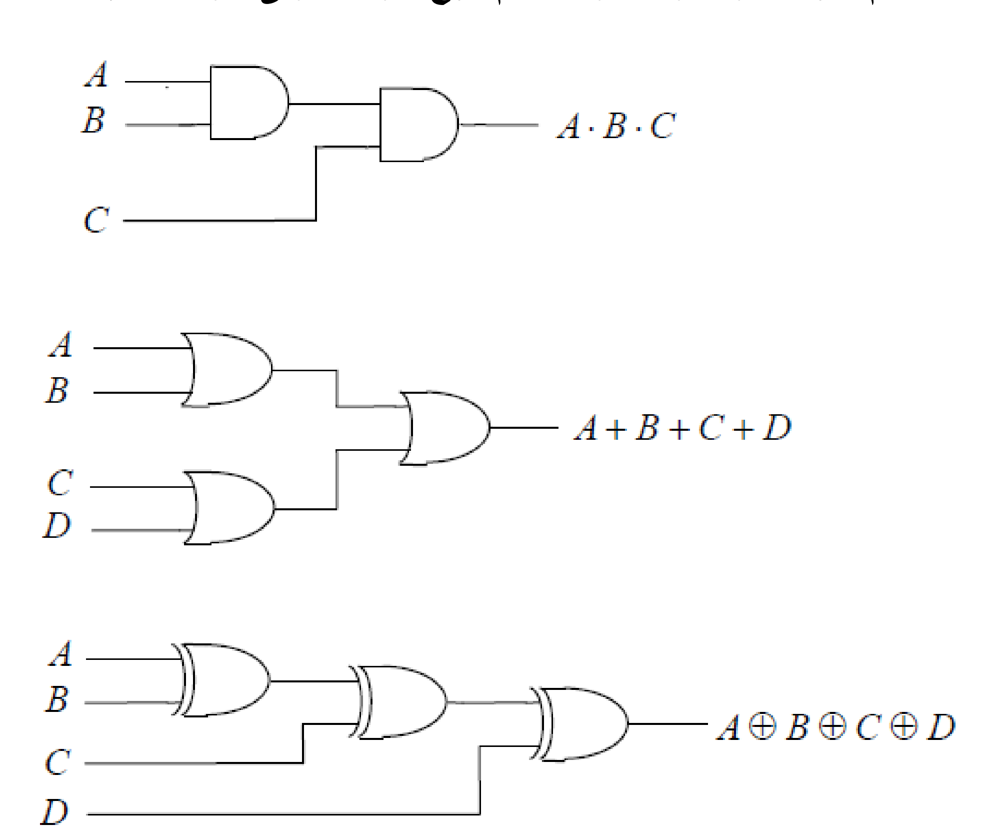
في الحالة الأولى تم استخدام البوابة AND بثلاثة مداخل كبوابة AND بمدخلين، وذلك بالتخلص من طرف الدخل الثالث غير المرغوب فيه بربطه بأحد طرفي الدخل المستخدمين، وفى الحالة الثانية تم استخدام البوابة OR بأربعة مداخل كبوابة OR بمدخلين ، وذلك بوضع القيمة المنطقية 0 فى طرف الدخل الزائدين

كما يمكن التخلص من طرف الدخل الزائد بوضع القيمة المنطقية 1 في طرف الدخل الزائد في بوابات AND، NAND ووضع القيمة المنطقية 0 في طرف الدخل الزائد في بوابات OR، NOR، فمثلا:



زيادة عدد أطراف الدخل

يتم ذلك باستخدام أكثر من بوابة واحدة واستخدام خرج البوابة الأولى للبوابة الثانية، مثلا:



- الحالة الأولى: تم استخدام بوابتين AND ، كل منهما بمدخلين ، كبوابة AND بثلاثة مداخل

- الحالة الثانية: تم استخدام ثلاث بوابات OR ، كل بوابة منها بمدخلين ،كبوابة OR بأربعة مداخل

- الحالة الثالثة: تم استخدام ثلاثة بوابات XOR ، كل بوابة منها بمدخلين ، كبوابة XOR بأربعة مداخل

التعبير المنطقي Logical Expression

عبارة عن مجموعة من المتغيرات المنطقية المرتبطة مع بعضها البعض بعمليات منطقية مثل:

$$x = A + \overline{B} \cdot \overline{C}$$

يتكون التعبير المنطقي السابق من ٤ متغيرات (X،C،B،A) تربط بينها عمليات NOT ، OR،AND وعملية التكافؤ (=)

أسبقه إجراء العمليات Operation Precedence

يتم إجراء العمليات المنطقية الأساسية بالترتيب التالي:

- عملية العكس المنطقى NOT
- عملية AND
- عملية OR

مثال

فى التعبير السابق يتم ما يلى :

أولا: إجراء عملية العكس المنطقى للمتغيرين B، C
ثانيا : اجراء عملية AND بين B ، C
ثالثا : اجراء عملية OR

فى حالة ظهور عدة عمليات متساوية من حيث الاسبقية فى التعبير المنطقي يتم إجراؤها بالترتيب من اليسار لليمين

يمكن استخدام الاقواس للتحكم فى ترتيب إجراء العمليات ، حيث أن الأقواس لها الاسبقية العليا ، أى ما بين الأقواس يتم حسابه دائما اولا

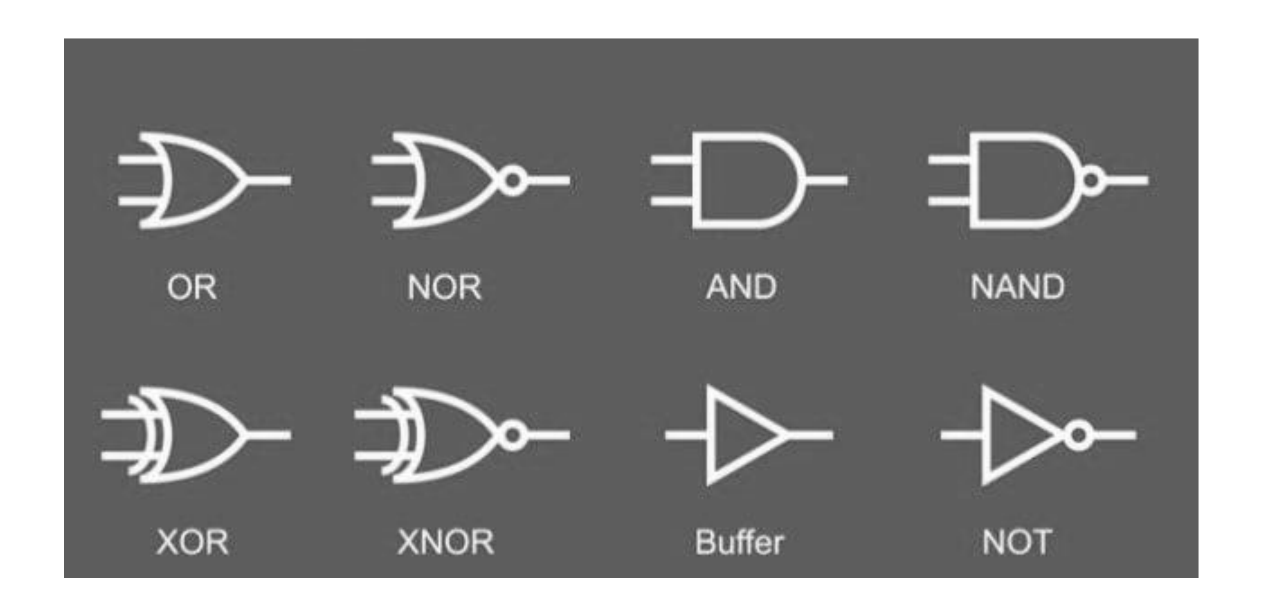
مثال

إذا تم فى التعبير السابق إضافة قوسين كما يلى :

$$x = (A + \overline{B}) \cdot \overline{C}$$

فإنه يتم إجراء عملية OR الموجودة بين القوسين قبل عملية AND وذلك على الرغم من أن عملية AND لها أسبقية من عملية OR

والسبب فى ذلك هو وجود عملية OR ما بين القوسين حيث يتم اولا حساب ما بين القوسين، فيتم إجراء عملية العكس المنطقي للمتغير B ، ثم عملية OR بين A و B ، وبعد الانتهاء من الاقواس يتم إجراء العمليات خارجها فيتم إجراء عملية العكس المنطقي للمتغير C ، ثم عملية AND لما بين القوسين ثم C



جدول الحقيقة Truth Table

يمكن أن ننشئ لأي دائرة منطقية لها n مدخل ومخرج وحيد X جدولاً يسمى جدول الحقيقة Truth Table حيث ان :

-عدد أعمدته يساوي n+1
-عدد سطوره يساوي إلى 2^n

و بحيث تحتوي أعمدة المداخل على مختلف تراكيب متغيرات الدخل، بينما يُظهر عمود الخرج قيم خرج الدائرة المنطقية المحتملة لجميع قيم الدخل المقابلة.

حيث أن :
2^n : عدد الحالات
n : عدد المتغيرات

مثال

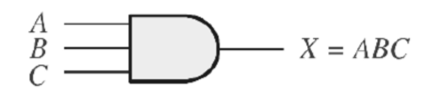
جدول الحقيقة لثلاث متغيرات، نلاحظ وجود $N = 2^3 = 8$ من التراكيب المختلفة من متغيرات الدخل

A	B	C	X=A+B+C	X= A.B.C
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	1	0
1	0	0	1	0
1	0	1	1	0
1	1	0	1	0
1	1	1	1	1

نلاحظ أن الخرج يمثل:



X= A + B + C   عملية OR لثلاث مداخل



X= A . B . C   عملية AND لثلاث مداخل

الدائرة المنطقية Logic Circuit

يمكن تمثيل أى تعبير منطقي بدائرة منطقية ، حيث ننظر للعمليات المنطقية الموجودة بالتعبير ونقوم بربط البوابات المنطقية التى تقوم بإجراء تلك العمليات بالأسلوب المناسب

والدائرة المنطقية هى دائرة الكترونية Logic Circuit رقمية لها عدد من المداخل والمخارج تحتوي على عدد من البوابات المنطقية، وتؤدي وظيفة محددة

والخطوة الأولى في تصميم أي دائرة منطقية هي تحديد مواصفات تلك الدائرة بدقة Determine the logical circuit specification، ويتم ذلك من خلال تحديد ما يلى:

١-تعبير منطقى Logic Expression
٢-مخطط منطقى Logic Diagram
٣- جدول الحقيقة Truth Table

ولتصميم دائرة منطقية من الضروري أن نتبع خطوات التصميم التالية:

١- تحديد مداخل ومخارج الدائرة.
٢- إعداد جدول الحقيقة وذلك حسب معطيات الدائرة المطلوبة.
٣- إيجاد التعابير المنطقية لمخارج الدائرة بدلالة مداخلها.
٤- اختصار التوابع المنطقية الناتجة.
٥- رسم الدائرة

ملاحظات

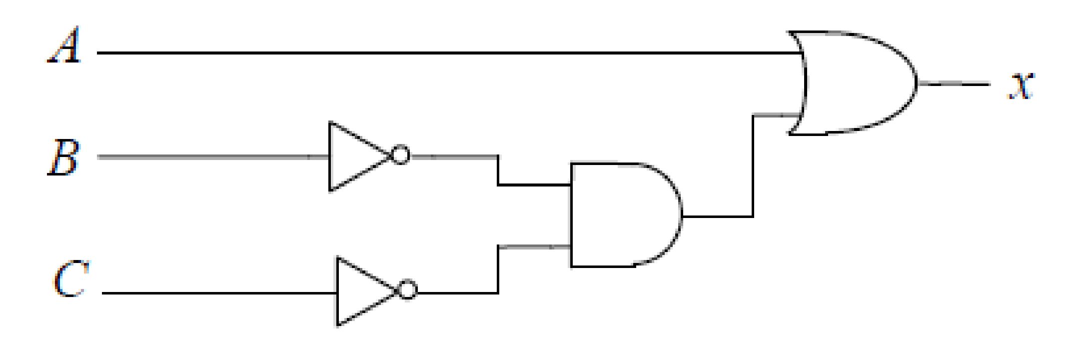
-يمكن التعبير عن أي دائرة منطقية باستخدام العلاقات الجبرية التي تصف عمل البوابات المنطقية التي تشكل هذه الدائرة ويمكن أن نكتب المعادلة البوليانية لها

-يمكن تمثيل أي تعبير منطقي بدائرة منطقية، حيث ننظر للعمليات المنطقية الموجودة بالتعبير المنطقي ثم بربط البوابات المنطقية التي تقوم بإجراء تلك العمليات بالأسلوب المناسب

مثال : مطلوب رسم الدائرة المنطقية للتعبير المنطقي التالي :

$$x = A + \overline{B} \cdot \overline{C}$$

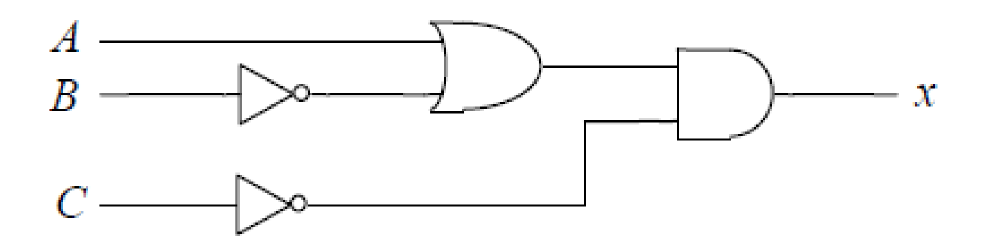
الحل



مثال : مطلوب رسم الدائرة المنطقية للتعبير المنطقي التالي :

$$x = (A + \overline{B}) \cdot \overline{C}$$

الحل

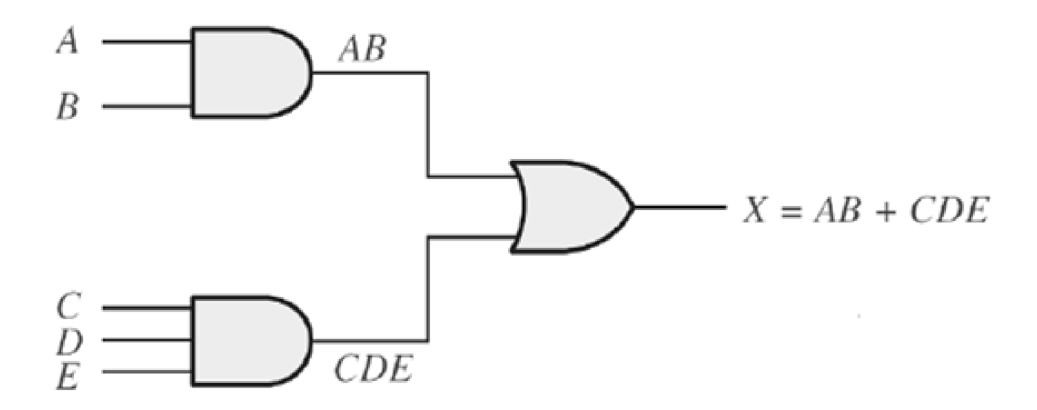


مثال :المطلوب رسم الدائرة المنطقية للتعبير المنطقي التالي :

X=AB+CDE

الحل

عدد المتغيرات في التعبير السابق خمس متغيرات



- يوجد حدين منفذ عليهم عملية الجمع المنطقي تنفذه البوابة **OR** (الحد الأول متغيرين **A, B** منفذ عليهم عملية الضرب المنطقي تنفذه البوابة **AND** ، الحد الثاني ثلاث متغيرات **C, D, E**منفذ عليهم عملية الضرب المنطقي تنفذه العملية**AND**)

مثال :المطلوب رسم الدائرة المنطقية للتعبير المنطقي التالي :

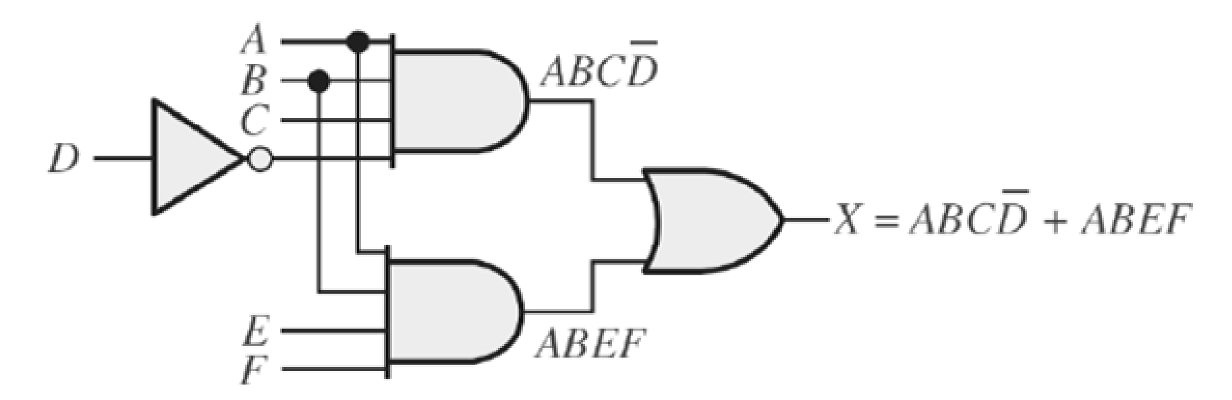
$$X = AB(C\overline{D} + EF)$$

الحل

التعبير المنطقي السابق يجب فكه كما يلي:

$$AB(C\overline{D} + EF) = ABC\overline{D} + ABEF$$

عدد المتغيرات ٦ ، نصمم الدائرة التي تنفذ التعبير المنطقي كما يلى:



شكل يوضح الدائرة المنطقية المعبرة عن التعبير المنطقى $X = ABC\overline{D} + ABEF$

-يوجد حدين مفكوكين منفذ على كل واحد منهم عملية الضرب المنطقي تنفذه البوابة AND ، هذين الحدين منفذ عليهم عملية الجمع المنطقي تنفذه البوابة OR

- المتغيرين A, B منفذ عليهم عملية الضرب المنطقي تنفذه البوابة AND

- المتغيرين C, D منفذ عليهم عملية الضرب المنطقي تنفذه البوابة AND ، يمثل الحد الأول لعملية الجمع المنطقي.

-المتغيرين E,F منفذ عليهم عملية الضرب المنطقي تنفذه البوابة AND ، يمثل الحد الثاني لعملية الجمع المنطقي.

-عملية الجمع المنطقي تنفذه البوابة OR على الحد الأول والثاني.

الصمامات المنطقية (الدوائر المنطقية) Logic Circuits

يمكن توضيح الدوائر المنطقية كماكينة تحتوى على جهاز أو أكثر للإدخال وجهاز إخراج واحد فقط، وتتم معالجة البيانات في الحاسبات باستخدام عنصري النظام الثنائي 0، 1 وتنتج تلك العناصر من حاله التضاد (الفصل /التوصيل، الصواب / الخطأ، نعم / لا، .....)

وتتمثل مكونات الحاسب من مجموعة من الدوائر المنطقية التي تغطى الحالتين 0 ، 1 من خلال العمليات المنطقية لجبر بول

وفى أي لحظة فإن كل جهاز إدخال يستوعب وحدة أساسية واحدة من المعلومات(0 أو 1) وتعالج تلك البيانات بالدائرة لتعطى الناتج وحدة أساسية واحدة (0 أو 1) على جهاز الإخراج

وبالتالي يمكن تخصيص متتابعات من الوحدات الأساسية لأجهزة الإدخال (كل المتتابعات لها نفس العدد من الوحدات الأساسية) حيث تعالج -عن طريق الدائرة- وحدة أساسية واحدة في كل مرة لتنتج للخروج متتابعة لها نفس العدد من الوحدات الأساسية

ويمكن توضيح الوحدة الأساسية كدفعة فولتية خلال جهاز الإدخال/ الإخراج ، فمثلا متتابعة من الوحدات الأساسية 1000110 تمثل كما يلي :

1 000 11 0

وتتكون الدوائر المنطقية من دوائر بسيطة تسمى الصمامات المنطقية كما يلي :

الصمام OR (العملية المنطقية أو)

يستخدم للحصول على جواب شرط صحيح إذا تحقق أحد الشرطين A أو B ، ونرمز لقيمة المخرجات من ذلك الصمام كما يلي : Y = A + B

وقيمة المخرجات للمتتابعة التي تتضمن ذلك الصمام تسمى بجدول الصواب لتلك الدائرة حيث أن جدول الصواب للصمام OR كما يلي :

A	B	A + B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

وتم الجمع من خلال القواعد الموضحة بالجدول التالي :

+	1	0
1	1	1
0	1	0

مثال :بفرض أن:

A = 11000110

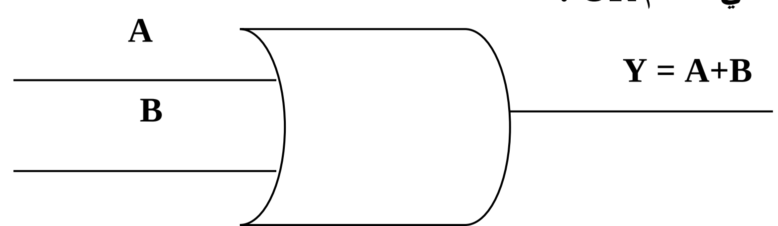
B = 10010101

فإن الصمام OR ينتج المتتابعة التالية : A + B = 11010111

ملحوظة:

تلك النتيجة يمكن الحصول عليها بقراءة A ، B من اليمين إلى اليسار أو من اليسار إلى اليمين

ويوضح الشكل التالي صمام OR :



أي أنه إذا كان المدخلان أثنين هما A، B فإن المتتابعات الخاصة بهم تتضمن ٤ وحدات أساسية كما يلي :

A = 0011 B = 0101

أو

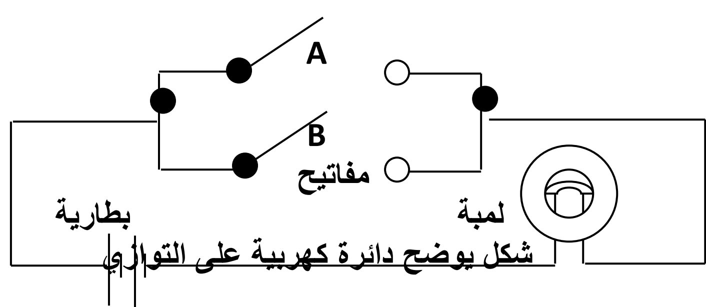
A = 0011 B = 1001

أو

…………………………..

وهكذا

ملحوظة: المتتابعات الخاصة بمدخلات عددها n سوف تتضمن 2^n وحدة أساسية



شكل يوضح دائرة كهربية على التوازي

هذا وتوجد علاقة وثيقة بين الدوائر المنطقية ودوائر المفاتيح الكهربية، فدائرة المفاتيح الكهربية تتضمن مصدر للطاقة (مثل البطارية) ، وجهاز إخراج (مثل اللمبة) ، ومفتاح أو أكثر موصلة جميعها بأسلاك ، والمفتاح هو جهاز ثنائي الحالة (إما مغلق on أو مفتوح off) ويمر التيار فقط عندما يكون المفتاح مغلق

وفى الشكل السابق تم توصيل المفتاحين A ، B على التوازي ، واللمبة تضاء في الحالات التالية : عندما يكون المفتاح A مغلق أو عندما يكون المفتاح B مغلق أو إذا كان المفتاحين A ، B مغلقين ، وتلك الحالات هي نفسها الموضحة بجدول الصواب للصمام OR حيث أن القيمة 1 تشير إلى أن المفتاحين (A أو B) أو(A+B) مغلقين On عندئذ تضاء اللمبة ، وتشير القيمة 0 إلى أن المفتاحين مفتوحين Off عندئذ تكون اللمبة مطفأة

الصمام AND (العملية المنطقية و)

يستخدم للحصول على جواب شرط صحيح إذا تحقق الشرطين A أو B ، ونرمز لقيمة المخرجات من ذلك الصمام كما يلي : Y = A × B أو Y = AB
وقيمة المخرجات للمتتابعة التي تتضمن ذلك الصمام تسمى بجدول الصواب لتلك الدائرة حيث أن جدول الصواب للصمام AND كما يلي :

A	B	A B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

وتم الضرب من خلال القواعد الموضحة بالجدول التالي :

×	1	0
1	1	0
0	0	0

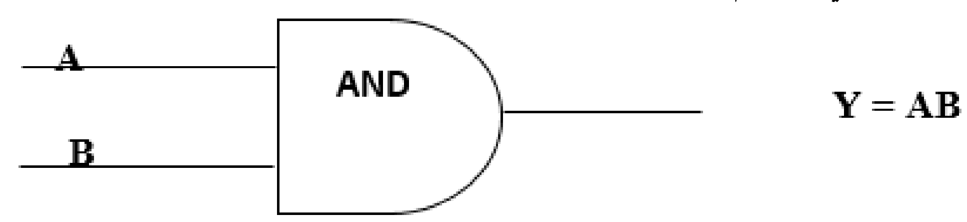
بفرض أن:

A = 11000110
B = 10010101

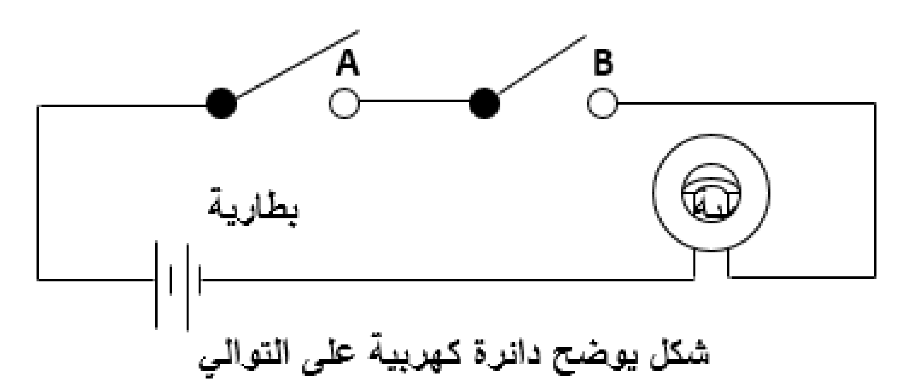
فإن الصمام AND ينتج المتتابعة التالية :

AB = 01000100

ويوضح الشكل التالي الصمام AND :



هذا وتوجد علاقة وثيقة بين الدوائر المنطقية ودوائر المفاتيح الكهربية كما يوضحها الشكل التالي:



شكل يوضح دائرة كهربية على التوالي

ويمثل هذا الشكل دائرة كهربية بها مفتاحين A ، B موصلين على التوالي ، وتضاء اللمبة فقط عندما يكون كل من A ، B مغلقين

الصمام NOT (العملية المنطقية لا)

يستخدم للحصول على عكس (مكمل) الرقم الثنائي (أي تغيير حالته من 0 إلى 1 أو العكس)، ونرمز لقيمة المخرجات من ذلك الصمام بوضع شرطة فوق المدخل كما يلي : $A = \overline{A}$

حيث أن المخرج **A** والمدخل $\overline{A}$ (الصمام **NOT** له مدخل واحد فقط) ، وقيمة المخرج **A** يكون عكس لقيمة المدخل $\overline{A}$ أي أن:

$\overline{A} = 0$ عندما $A = 1$

$\overline{A} = 1$ عندما $A = 0$

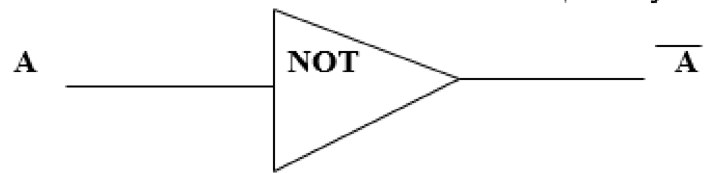
وقيمة المخرجات للمتتابعة التي تتضمن ذلك الصمام تسمى بجدول الصواب لتلك الدائرة حيث أن جدول الصواب للصمام **NOT** كما يلي :

A	$\overline{A}$
0	1
1	0

تدريب : بفرض أن: **A = 11000110** ، فإن الصمام **NOT** ينتج المتتابعة التالية :

$\overline{A} =$ **00111001**

ويوضح الشكل التالي الصمام **NOT** :



تابع الدوائر المنطقية Logic Circuits

مع التطور المستمر في مجال الحاسبات يتزايد استخدام الدوال المنطقية حيث يتم معالجة البيانات داخل الحاسب بواسطة وحدة الحساب والمنطق من خلال دوائر منطقية صغيرة تسمى بوابات المنطق والتي تعمل من خلال النظام الثنائي ومهما كان عدد المدخلات فان المخرجات تكون أما صفر أو واحد ، وتصنف البوابات المنطقية إلى نوعين :

النوع الأول :البوابات المنطقية البسيطة

تعمل تلك البوابات في ضوء العمليات الأساسية لجبر بوليان وتصنف إلى أربعة أنواع :

١- بوابة المرور Buffer

تستقبل مدخل واحد فقط وتعطى مخرج واحد فقط وتسمح بالمرور من خلالها دون التأثير على قيمة المدخل ، أي أن : المخرج = المدخل

٢-البوابة " لا " NOT

تستقبل مدخل واحد فقط وتعطى مخرج واحد فقط وتسمح بالمرور من خلالها حيث تعكس قيمة المدخل ، أي أن : المخرج = معكوس المدخل

٣- بوابة " و " AND

تستقبل مدخلان وتعطى مخرج واحد فقط وتكون قيمة المخرج = 1 فقط اذا كان كل دخل مساويا للواحد ، وعدا ذلك يكون قيمة المخرج = صفر

٤-بوابة " أو " OR

تستقبل مدخلان وتعطى مخرج واحد فقط وتكون قيمة المخرج = صفر فقط إذا كان كل دخل مساويا للصفر ، وعدا ذلك يكون قيمة المخرج = واحد

جدول يوضح البوابات المنطقية البسيطة

اسم البوابة Gate Name	رمز الاسم Graphic Symbol	الدالة المنطقية Logic Function	جدول الصواب Truth Table
BUFFER Transfer	X F	F = X	X | F: 0 | 0; 1 | 1
Inverter NOT	X F	$F = \overline{X}$	X | F: 0 | 1; 1 | 0
Product AND	X Y F	F=X AND Y = X.Y = XY	X | Y | F: 0 | 0 | 0; 0 | 1 | 0; 1 | 0 | 0; 1 | 1 | 1
Sum OR	X Y F	F=X OR Y = X+Y	X | Y | F: 0 | 0 | 0; 0 | 1 | 1; 1 | 0 | 1; 1 | 1 | 1

النوع الثانى: البوابات المنطقية المركبة

تتكون من نوع أو أكثر من البوابات البسيطة وتؤدى عمليات متداخلة في ترتيب تتابعي أو آنيا ويمكن تصنيفها إلى الأنواع التالية:

١- البوابة " و – لا " NAND
تقوم أولا بوظيفة البوابة " و " ثم تعكس الناتج كما في بوابة " لا "

٢- البوابة " أو – لا " NOR
تقوم أولا بوظيفة البوابة " أو " ثم تعكس الناتج كما في بوابة " لا "

٣-البوابة " أو – منع و " XOR
تعطى الناتج 1 عند اختلاف الدخلان وتعطى الناتج 0 عند تساوى الدخلان

٤-البوابة " أو – أخذ و " XNOR
تعطى عكس البوابة XOR أي تعطى الناتج 0 إذا اختلاف الدخلان وتعطى الناتج 1 إذا تساوى الدخلان

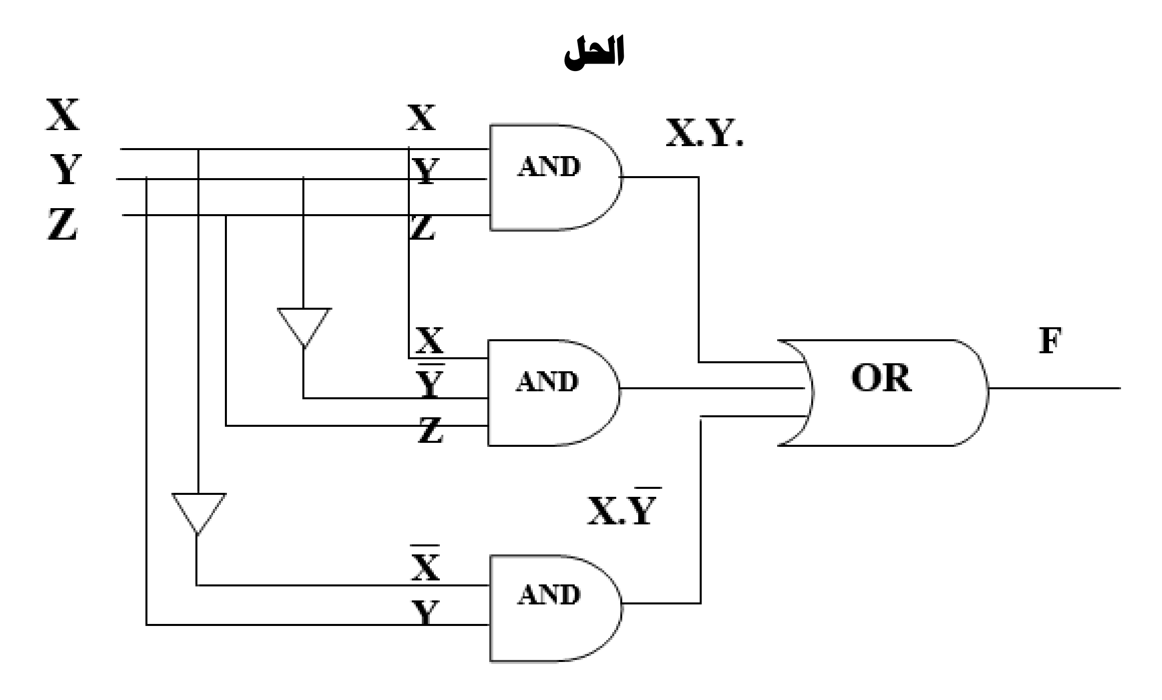
جدول يوضح البوابات المنطقية المركبة

اسم البوابة	رمز الرسم	الدالة المنطقية	X	Y	F
AND ↓ NOT NAND	X Y F	F=NOT(X AND Y) $= \overline{(X \bullet Y)}$ $= X \uparrow Y$	X	Y	F
			0	0	1
			0	1	1
			1	0	1
			1	1	0
OR ↓ NOT NOR	X Y F	F=NOT(X OR Y) $= \overline{(X+Y)}$ $= X \downarrow Y$	X	Y	F
			0	0	1
			0	1	0
			1	0	0
			1	1	0
XOR	X Y F	F=X OR Y NOT Both $= X\bar{Y} + \bar{X}Y$ $= X \oplus Y$	X	Y	F
			0	0	0
			0	1	1
			1	0	1
			1	1	0
XNOR	X Y F	F=X equals y $= XY + \bar{X}\,\bar{Y}$	X	Y	F
			0	0	1
			0	1	0
			1	0	0
			1	1	1

مثال : ارسم الدائرة المنطقية للدالة التالية:

$$F = XYZ + X\bar{Y}Z + \bar{X}Y$$

الحل



جدول الصواب للدائرة المنطقية السابقة يمكن إيجاده من خلال جبر بول بالتعويض عن المتغيرات والتي تأخذ القيم التالية:

X=00001111 Y=00110011 Z = 01010101

أولا: إيجاد قيمة X . Y . Z

X	Y	Z	X.Y.Z
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

X.Y.Z = 00000001

ثانيا: إيجاد قيمة X . Y . Z

X	Y	Z	$\overline{Y}$	X.$\overline{Y}$.Z
0	0	0	1	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	1	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	1	1
1	1	0	0	0
1	1	1	0	0

X.$\overline{Y}$.Z = 00000100

ثالثا : إيجاد قيمة $\overline{X}$Y

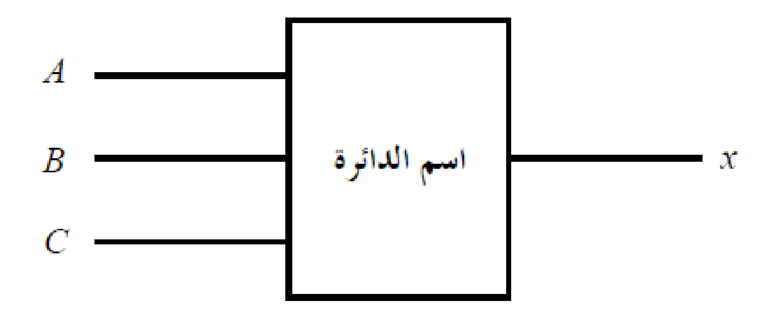
X	$\overline{X}$	Y	$\overline{X}$.Y
0	1	0	0
0	1	0	0
0	1	1	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	0	1	0

$\overline{X}$.Y = 00110000

F = 00000001+ 00000100 + 00110000 = 00110101

المخطط المنطقي Logic Diagram

عبارة عن مخطط مبسط يوضح متغيرات الدخل للدائرة المنطقية ومسمياتها ومتغيرات الخرج ومسمياتها، بالإضافة الى اسم الدائرة الدال على وظيفتها.
الدائرتين المنطقتين السابقتين يمكن تمثيلهما بالمخطط المنطقي التالي :



ويتم استخدام المخططات المنطقية كبديل للدائرة المنطقية التفصيلية كنوع من التبسيط، وذلك عندما لا نكون بحاجة للتفاصيل الداخلية للدائرة المنطقية، كما فى الدوائر المعقدة المكونة من عدد من الدوائر الصغيرة المربوطة مع بعضها البعض ، حيث نقوم بتمثل تلك الدوائر الصغيرة بمخططاتها المنطقية

جدول الصواب Truth Table

عبارة عن جدول يوضح احتمالات الدخل للدائرة المنطقية وقيم الخرج المقابل لكل منها

مثال : إعداد جدول صواب للتعبير المنطقي التالي:

$$x = A + \overline{B} \cdot \overline{C}$$

الحل

نبدأ بتحديد عدد الصفوف وعدد الاعمدة في الجدول، متغيرات الدخل هى A ، B، C وعددها ثلاث ، أي عدد احتمالات الدخل هو (2^3=8) ، وهو عدد أسطر (صفوف) جدول الصواب ، أما عدد الأعمدة فنحتاج عمودا لكل متغير من متغيرات الدخل وعمودا لكل متغير من متغيرات الخرج

A	B	C	$\overline{B}$	$\overline{C}$	$\overline{B} \cdot \overline{C}$	$x = A + \overline{B} \cdot \overline{C}$
0	0	0	1	1	1	1
0	0	1	1	0	0	0
0	1	0	0	1	0	0
0	1	1	0	0	0	0
1	0	0	1	1	1	1
1	0	1	1	0	0	1
1	1	0	0	1	0	1
1	1	1	0	0	0	1

مثال : المطلوب جدول الصواب للتعبير المنطقي التالي :

$$x = (A + \overline{B}) \cdot \overline{C}$$

الحل

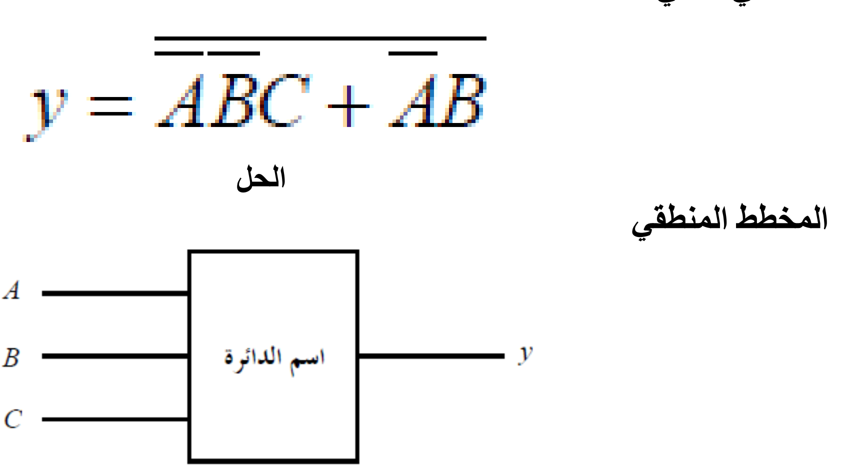
A	B	C	$\overline{B}$	$\overline{C}$	$A+\overline{B}$	$x=(A+\overline{B})\cdot\overline{C}$
0	0	0	1	1	1	1
0	0	1	1	0	1	0
0	1	0	0	1	0	0
0	1	1	0	0	0	0
1	0	0	1	1	1	1
1	0	1	1	0	1	0
1	1	0	0	1	1	1
1	1	1	0	0	1	0

مثال : المطلوب رسم المخطط المنطقي واعداد جدول الصواب ثم ارسم الدائرة المنطقية للتعبير المنطقي التالي :

$$y = \overline{\overline{A}\,\overline{B}C + \overline{A}B}$$

الحل

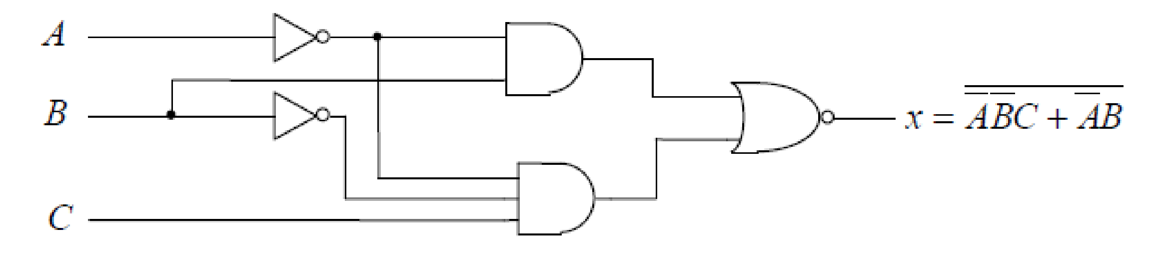
المخطط المنطقي



جدول الصواب

A	B	C	$\overline{A}$	$\overline{B}$	$\overline{A}\,\overline{B}C$	$\overline{A}B$	$\overline{A}\,\overline{B}C + \overline{A}B$	$x = \overline{\overline{A}\,\overline{B}C + \overline{A}B}$
0	0	0	1	1	0	0	0	1
0	0	1	1	1	1	0	1	0
0	1	0	1	0	0	1	1	0
0	1	1	1	0	0	1	1	0
1	0	0	0	1	0	0	0	1
1	0	1	0	1	0	0	0	1
1	1	0	0	0	0	0	0	1
1	1	1	0	0	0	0	0	1

الدالة المنطقية



مثال : المطلوب جدول الصواب للدالة التالية :

$$F(X, Y) = X\,Y + X\,Y$$

الحل

نظرا لأن لكل متغير X ، Y له قيمتان 0 ، 1

فإن عدد الاحتمالات لقيم F = 2^2 = 4 احتمالات كما يلي :

$$F(0,0) = 0.0 + \overline{0}.0 = 0.0 + 1.0 = 0 + 0 = 0$$
$$F(0,1) = 0.1 + \overline{0}.1 = 0.1 + 1.1 = 0 + 1 = 1$$
$$F(1,0) = 1.0 + \overline{1}.0 = 1.0 + 0.0 = 0 + 0 = 0$$
$$F(1,1) = 1.1 + \overline{1}.1 = 1.1 + 0.1 = 1 + 0 = 1$$

جدول الصواب لتلك الدالة المنطقية كما يلي :

Input					Output
X	Y	$\overline{X}$	XY	$\overline{X}Y$	F
0	0	1	0	0	0
0	1	1	0	1	1
1	0	0	0	0	0
1	1	0	1	0	1

مثال : المطلوب جدول الصواب للدالة المنطقية التالية:

$$F(X, Y, Z) = XY + \overline{X}Z + \overline{X}Z$$

الحل

نظرا لأن لكل متغير X ، Y له قيمتان 0 ، 1 فإن عدد الاحتمالات لقيم F = 2^3 = 8 احتمالات كما يلي :

$$F(0,0,0) = 0.0 + \overline{0}.0 + \overline{0}.0 = 0 + 0 + 0 = 0$$
$$F(0,0,1) = 0.0 + \overline{0}.1 + \overline{0}.1 = 0 + 1 + 0 = 1$$
$$F(0,1,0) = 0.1 + \overline{0}.0 + \overline{0}.0 = 0 + 0 + 0 = 0$$
$$F(0,1,1) = 0.1 + \overline{0}.1 + \overline{0}.1 = 0 + 1 + 0 = 1$$
$$F(1,0,0) = 1.0 + \overline{1}.0 + \overline{1}.0 = 0 + 0 + 1 = 1$$
$$F(1,0,1) = 1.0 + \overline{1}.1 + \overline{1}.1 = 0 + 0 + 0 = 0$$
$$F(1,1,0) = 1.1 + \overline{1}.0 + \overline{1}.0 = 1 + 0 + 1 = 1$$
$$F(1,1,1) = 1.1 + \overline{1}.1 + \overline{1}.1 = 1 + 0 + 0 = 1$$

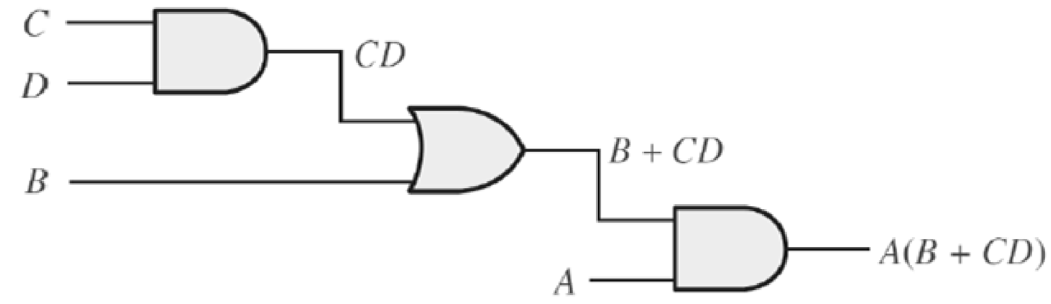
جدول الصواب لتلك الدالة المنطقية كما يلي :

Input			$\overline{X}$	$\overline{Z}$	XY	$\overline{X}Z$	$X\overline{Z}$	F Output
X	Y	Z						
0	0	0	1	1	0	0	0	0
0	0	1	1	0	0	1	0	1
0	1	0	1	1	0	0	0	0
0	1	1	1	0	0	1	0	1
1	0	0	0	1	0	0	1	1
1	0	1	0	0	0	0	0	0
1	1	0	0	1	1	0	1	1
1	1	1	0	0	1	0	0	1

استنتاج التعبير البولياني المنطقي من دائرة منطقية

Boolean Expression for a Logic Circuit

لاستنتاج التعبير البولياني المنطقي لأي دائرة منطقية نبدأ من المدخلات في أقصى اليسار متجهين إلى الخرج النهائي للدائرة، وذلك بكتابة الخرج لكل بوابة كما في الدائرة التالية:



من الدائرة السابقه نجد ان التعبير المنطقى الذى يمثل الدائرة هو :

A(B + CD)

تمارين

١-توجد لديك البوابة المنطقية التالية :



والمطلوب :

-نوع البوابة (NOT-OR-AND-NOR-NAND-XOR)

-عدد المداخل والمخارج

-اعداد جدول الحقيقة

٢- المطلوب جدول الصواب للدالة المنطقية التالية:

$$F (X , Y , Z) = XY + X\overline{Z} + \overline{XZ}$$

٣-المطلوب رسم المخطط واعداد جدول الصواب ورسم الدائرة المنطقية للتعبير المنطقي التالي :

$$y = \overline{A}B\overline{C} + A\overline{B}$$

٤- ارسم الدائرة المنطقية واعداد جدول الصواب للدالة التالية:

$$Y = \overline{X}\,\overline{Y}\,\overline{Z} + X\,\overline{Y}\,Z + X\,Y\,\overline{Z}$$

الفصل الثالث

(٣)

الجبر البوليونى Boolean Algebra

مقدمة

يعتبر الجبر البوليونى Boolean Algebra جبر المتغيرات المنطقية Logical Variable وهى نوع من المتغيرات يتم التعامل معه فى الدوائر المنطقية Logic Circuits والتي تعد أحد الركائز الأساسية في تصميم وتركيب الحاسب

ويعود الفضل في وضع الأسس النظرية للجبر البولي (يسمى أيضًا بالجبر المنطقي) إلى العالم الرياضي الإنجليزي المشهور جورج بوول، وقد نشر هذا العالم نظرياته في منتصف القرن التاسع عشر لتصبح فيما بعد الأساس في تصميم الدوائر المنطقية التي يتكون منها الحاسب.

وجبر المتغيرات المنطقية، هو مجموعة من النظريات والقواعد والقوانين التي تسهل التعامل مع الدوائر المنطقية، ويتضمن هذا الفصل هذه القواعد والقوانين والنظريات التى يمكن من خلالها أن نعبر عن أي دائرة منطقية بمعادلة جبرية، وكيف نقوم بإعدّاد جدول الحقيقة لهذه المعادلة، ثم سنتعرف على طرق تبسيط هذه الدوائر إلى أبسط شكل ممكن باستخدام جبر بول وباستخدام مخطط كارنوف، ومن ثم كيفية بناء هذه الدوائر.

وهذا النوع من الجبر يطلق عليه أحيانًا اسم "الجبر الثنائي" نظرًا لاهتمامه الرئيسي بالقيم الثنائية، وفي الجبر البولياني، يتم تمثيل القيم بواسطة الصفر والواحد، حيث يمثل الصفر "خطأ" أو "لا"، ويمثل الواحد "صح" أو "نعم"، ويتيح الجبر البولياني وجود عدة عمليات منطقية (NOT، OR ، AND) التي تستخدم لتحليل وتصميم الدوائر الرقمية والأنظمة المنطقية.
والعمليات الأساسية في الجبر البولياني تتيح للمهندسين الكهربائيين وعلماء الحاسب تحليل وتصميم الدوائر الرقمية والأنظمة المنطقية ، كما يساعد هذا الجبر في فهم وتحليل العلاقات المنطقية واتخاذ القرارات البناءة في المجالات التي تعتمد على المنطق الرقمي، مثل تصميم الحاسبات والشبكات والنظم الرقمية الأخرى

Boolean Algebra Theorems نظريات الجبر البوليونى

الجبر البوليونى هو جبر المتغيرات المنطقية، والهدف الأساسي من دراسة نظريات الجبر الوليانى هو استخدام تلك النظريات فى تبسيط التعبيرات المنطقية ، وأهم تلك النظريات نظرية دى مورجان De Morgan ، ولكل نظرية من نظريات الجبر البوليانى نظرية مقابلة أو مناظرة لها Dual ، وللحصول على النظرية المقابلة لأى نظرية نقوم بإجراء التبديلات التالية فى النظرية الأصلية:

- استبدال أى 0 بـــ 1

-استبدال أى 1بــ 0

-إستبدال أى عملية AND بعملية OR

ويمكن إثبات صحة أى نظرية باستخدام جدول الصواب

جدول يوضح النظريات الأساسية المستخدمة فى الجبر البوليانى (قوانين جبر بول)

م	اسم النظرية	النظرية	النظرية المقابلة
١	نفى النفي	$A=\overline{\overline{A}}$	$A=\overline{\overline{A}}$
٢	العمليات مع 1,0	A+1=1 A+0=A	A.0=0 A.1=A
٣	المحايد (المتغير مع نفسه)	A+A=A	A.A=A
٤	المتغير مع عكسه	$A+\overline{A}=1$	$A.\overline{A}\quad=1$
٥	الابدال(التبديل)	A+B=B+A	A.B=B.A
٦	التجميع	(A+B)+C=A+(B+C)	(A.B).C=A.(B.C)
٧	التوزيع	A.(B+C)=A.B+A.C	A+B.C=(A+B).(A+C)
٨	الامتصاص أو الابتلاع أو الدمج	A+(A.B)=A $A+\overline{A}.B=A+B$	A.(A+B)=A $A.(\overline{A}+B)=A.B$
٩	الزيادة	A+A.Y=A	A.(A+Y)=A
١٠	دى موجان De Morgan	$=\overline{A}\ .\overline{B}\overline{A+B}$	$=\overline{A}\ +\overline{B}\overline{A.B}$

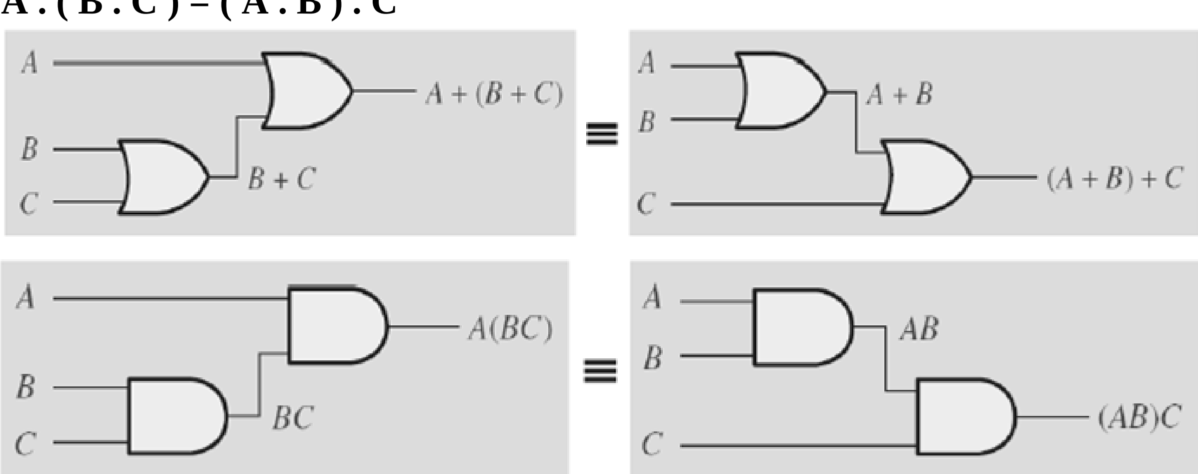
Commutative Laws قوانين التبديل

A + B = B + A
A . B = B . A

Associative Laws قوانين التجميع

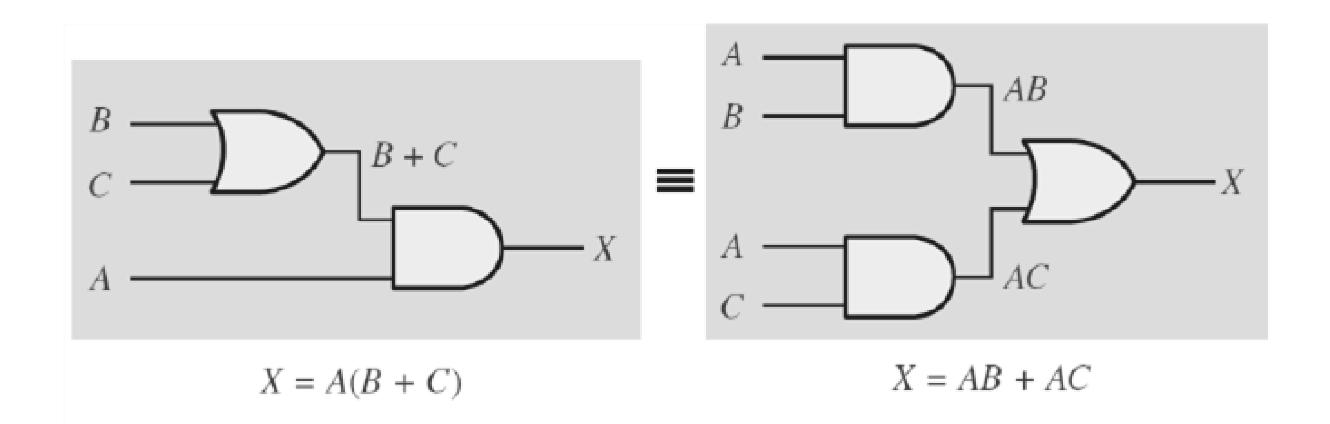
A +(B + C)= (A + B) + C

A . (B . C) = (A . B) . C



Distributive Laws قوانين التوزيع

A . (B + C) = A . B + A. C
A + (B . C) = (A + B) . (A + C)



$X = A(B + C)$ $X = AB + AC$

Rules of Boolean Algebra قواعد جبر بول

القواعد الأساسية لجبر بول يمكن حصرها فى 12 قاعدة وهى تساعد في معالجة وتبسيط التعابير البوليانية المنطقية، وهي التالية:

$$A + 0 = A$$

$$A + 1 = 1$$

$$A \cdot 0 = 0$$

$$A \cdot 1 = A$$

$$A + A = A$$

$$A + \overline{A} = 1$$

$$A \cdot A = A$$

$$A \cdot \overline{A} = 0$$

$$\overline{\overline{A}} = A$$

$$A + AB = A$$

$$A + \overline{A}B = A + B$$

$$(A + B)(A + C) = A + BC$$

قاعدة (١)

أي متغير مثل A إذا نفذت عليه العملية OR مع الصفر 0 بيعطى المتغير نفسه

$$A + 0 = A$$

X = A +0 = A

قاعدة (٢)

أي متغير مثل A إذا نفذت عليه العملية OR مع الواحد ، فإن الناتج هو الواحد

$$A + 1 = 1$$



X = A+ 1 =1

قاعدة (٣)

أي متغير مثل A إذا نفذت عليه العملية AND مع الصفر ، فإن الناتج هو الصفر

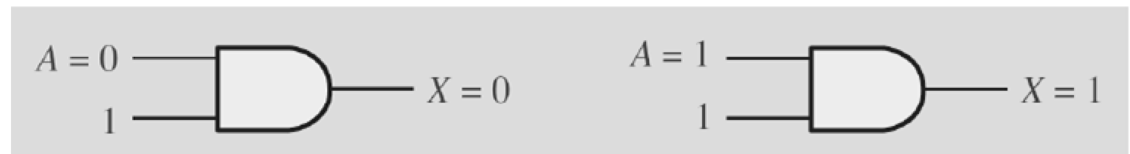
$$A . 0 = 0$$

X – A . 0 = 0

قاعدة (٤)

أي متغير مثل A إذا نفذت عليه العملية AND مع الواحد ، فإن الناتج هو المتغير نفسه

$$A . 1 = 1$$



X = A . 1 = A

قاعدة (٥)

أي متغير مثل A إذا نفذت عليه العملية OR مع نفسه يبقى المتغير نفسه

$$A + A = A$$

A	A	X
0	0	0
1	1	1

X = A + A = A

إذا كانت A تساوي الصفر 0 فإن:

(0).(0) = 0

إذا كانت A تساوي الواحد 1 فإن:

(1).(1) = 1

قاعدة (٦)

أي متغير مثل A إذا نفذت عليه العملية OR مع متممه فإن الناتج هو الواحد

$$A + \bar{A} = 1$$

A	$\bar{A}$	X
0	1	1
1	0	1

$X = A + \bar{A} = 1$

قاعدة (٧)

أي متغير مثل A إذا نفذت عليه العملية AND مع نفسه يعطى المتغير نفسه

$$A . A = A$$

X = A . A = A

إذا كانت A تساوي الصفر 0 فإن

$$(0)+(\bar{0}) = (0)+(1) = 1$$

إذا كانت A تساوي الواحد 1فإن

$$(1)+(\bar{1}) = (1)+(0) = 1$$

قاعدة (٨)

أي متغير مثل A إذا نفذت عليه العملية AND مع متممه فإن النـاتج هو الصفر

$$A . \bar{A} = 0$$

$$X = A \cdot \bar{A} = 0$$

قاعدة (٩)

أي متغير مثل A إذا نفذت عليه عملية النفى (المتمم) مرتين فإنه يبقى نفسه

$$\bar{\bar{A}} = A$$

$$\bar{\bar{A}} = A$$

قاعدة (١٠)

$$A + A . B = A$$

هذه القاعدة يمكن اثباتها بتطبيق قانون التوزيع والقاعدة الثانية، والقاعدة الرابعة كالتالي:

$$A + AB = A \cdot 1 + AB = A(1 + B) \quad \text{Factoring قانون التوزيع}$$
$$= A \cdot 1 \quad \text{Rule 2: } (1 + B) = 1$$
$$= A \quad \text{Rule 4: } A \cdot 1 = A$$

ويمكن اثباتها باستخدام جدول الحقيقة التالي، ثم نرسم الدائرة قبل وبعد التبسيط:

A	B	AB	$A + AB$
0	0	0	0
0	1	0	0
1	0	0	1
1	1	1	1

equal

قاعدة (١١)

$$A + \bar{A}.B = A + B$$

هذه القاعدة يمكن اثباتها على الشكل التالي:

$A + \bar{A}B = (A + AB) + \bar{A}B$	Rule 10: $A = A + AB$
$= (AA + AB) + \bar{A}B$	Rule 7: $A = AA$
$= AA + AB + A\bar{A} + \bar{A}B$	Rule 8: adding $A\bar{A} = 0$
$= (A + \bar{A})(A + B)$	Factoring
$= 1 \cdot (A + B)$	Rule 6: $A + \bar{A} = 1$
$= A + B$	Rule 4: drop the 1

ويمكن اثباتها باستخدام جدول الحقيقة التالي، ثم نرسم الدائرة قبل وبعد التبسيط:

A	B	$\bar{A}B$	$A + \bar{A}B$	$A + B$
0	0	0	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	1	1
1	1	0	1	1

equal

A
B
A
B

قاعدة (١٢)

$$(A + B)(B + C) = A + B \,.\, C$$

هذه القاعدة يمكن اثباتها على الشكل التالي:

$(A + B)(A + C) = AA + AC + AB + BC$	Distributive law
$= A + AC + AB + BC$	Rule 7: $AA = A$
$= A(1 + C) + AB + BC$	Factoring (distributive law)
$= A \cdot 1 + AB + BC$	Rule 2: $1 + C = 1$
$= A(1 + B) + BC$	Factoring (distributive law)
$= A \cdot 1 + BC$	Rule 2: $1 + B = 1$
$= A + BC$	Rule 4: $A \cdot 1 = A$

ويمكن اثباتها باستخدام جدول الحقيقة التالي، ثم نرسم الدائرة قبل وبعد التبسيط:

A	B	C	$A + B$	$A + C$	$(A + B)(A + C)$	BC	$A + BC$
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	1	0	0	0
0	1	0	1	0	0	0	0
0	1	1	1	1	1	1	1
1	0	0	1	1	1	0	1
1	0	1	1	1	1	0	1
1	1	0	1	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1	1

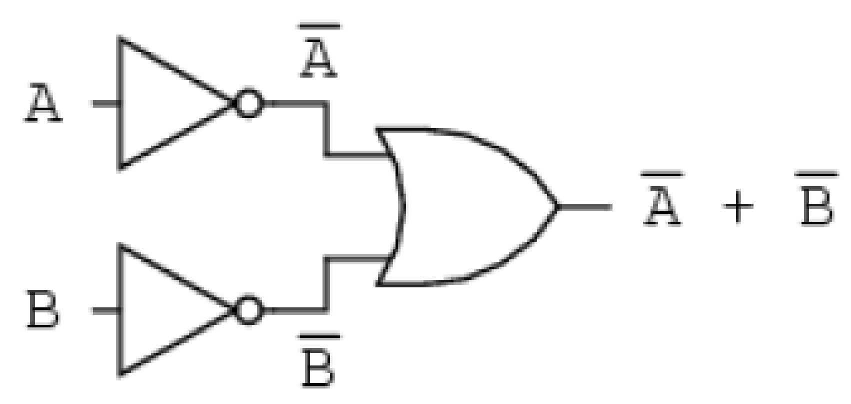
نظريتا ديمورجان DeMorgan's Theorems

تعتبر نظريتا ديمورجان من أهم نظريات جبر بول وتستخدمان بشكل كبير في تبسيط التعابير المنطقية
ونظرية دي مورجان De Morgan هي مجموعة من القوانين التي ترتبط بعلاقات المتغيرات البوليانية في الجبر البولياني ، وقد قدم عالم الرياضيات والمنطق البريطاني دي مورجان هذه القوانين في القرن التاسع عشر.

تنص تلك النظرية بأن المخرجات المعكوسة لآى بوابة (AND أو OR) تعادل وتكافئ مخرجات البوابة الاخرى (OR أو AND) بعد عكس مدخلاتها



. . . is equivalent to . . .

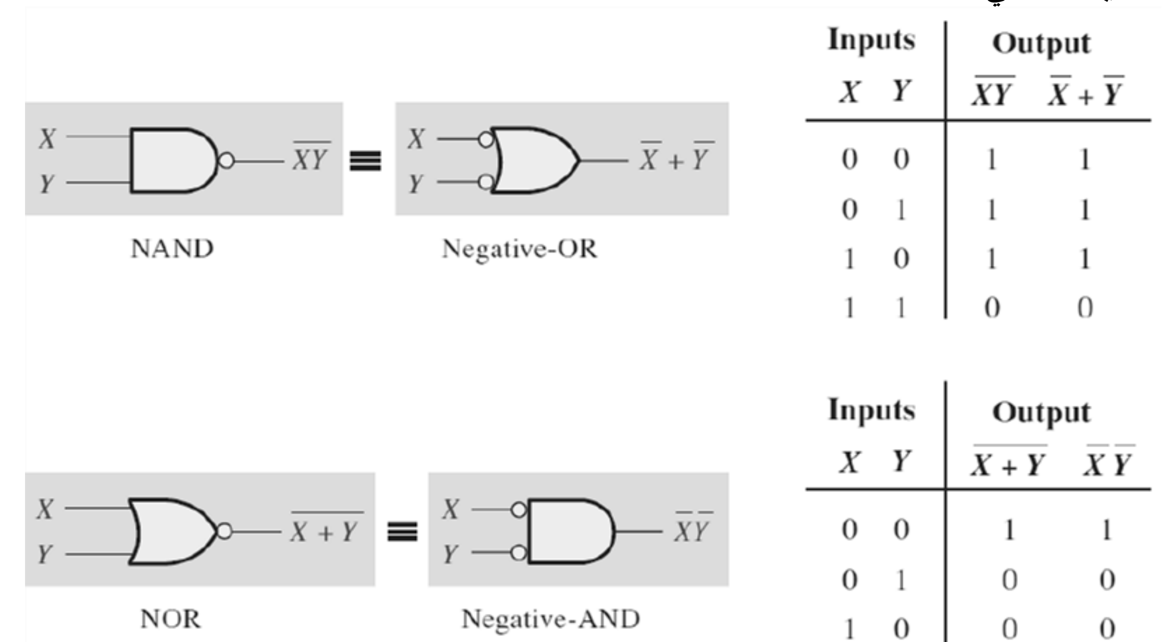


الخط الأفقي الطويل (يطلق عليه break) الموجود أعلى الحرفين AB يعمل كرمز ضم ولا يعنى أن $\bar{A}$ مضروبة فى $\bar{B}$ ولكن يعنى جمعهما ، وتتمثل معادلتي دى مورجان فيما يلى:

$$(\overline{A+B}) = \bar{A} \, . \, \bar{B}$$

$$(\overline{A.B}) = \bar{A} + \bar{B}$$

ويمكن أن نعبر عن نظريتا ديمورجان باستخدام البوابات المنطقية، واثباتهما باستخدام جدول الحقيقة كالتالي:



Inputs		Output	
X	Y	$\overline{XY}$	$\overline{X} + \overline{Y}$
0	0	1	1
0	1	1	1
1	0	1	1
1	1	0	0

Inputs		Output	
X	Y	$\overline{X + Y}$	$\overline{X}\,\overline{Y}$
0	0	1	1
0	1	0	0
1	0	0	0
1	1	0	0

مبدأ الثنوية Dual Theorem

لكل نظرية أو قاعدة من جبر بول نظرية أو قاعدة مقابلة، وللحصول على هذه النظرية أو القاعدة المقابلة، نقوم بإجراء التبديلات التالية في النظرية الأصلية:
إذا كان لدينا علاقة صحيحة عندها نحصل على علاقة صحيحة أخرى بتبديل :

كل AND بOR
وكل OR بAND
وكل 0 ب1
وكل 1 ب0

مثال : أثبت صحة العلاقة التالية:

$$AB + \bar{A}C + BC = AB + \bar{A}C$$

الحل

نقوم بإعداد جدول الصواب

A	B	C	$\bar{A}$	AB	$\bar{A}C$	BC	$AB + \bar{A}C + BC$	$AB + \bar{A}C$
0	0	0	1	0	0	0	0	0
0	0	1	1	0	1	0	1	1
0	1	0	1	0	0	0	0	0
0	1	1	1	0	1	1	1	1
1	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	0	0	0	0	0	0
1	1	0	0	1	0	0	1	1
1	1	1	0	1	0	1	1	1

متكافئين ⟸ العلاقة صحيحة

:

استخدام نظريات الجبر البوليانى فى تبسيط التعبيرات المنطقية

الهدف من تبسيط التعبير المنطقي هو تبسيط الدائرة المنطقية، أي تقليل عدد البوابات المنطقية الداخلة فى بنائها، وذلك لتقليل تكلفتها
كما يعتبر تقليل تفرع الدخل للبوابات المنطقية المستخدمة في بناء الدائرة نوعا من التبسيط أيضا .

مثال : استخدم نظريات الجبر البوليانى فى تبسيط التعبير المنطقي التالى :

$$y = \overline{\overline{A}\,\overline{B}C + \overline{A}B}$$

ثم ارسم الدائرة المنطقية قبل التبسيط وبعده

الحل

$$y = \overline{\overline{A}\,\overline{B}C + \overline{A}B}$$

$$y = (\overline{\overline{A}} + \overline{\overline{B}} + \overline{C}) \cdot (\overline{\overline{A}} + \overline{B})$$ دي مورغان

$$y = (A + B + \overline{C}) \cdot (A + \overline{B})$$ عكس العكس

$$y = A + (B + \overline{C}) \cdot \overline{B}$$ التوزيعية

$$y = A + \overline{C}\,\overline{B}$$ الابتلاع

حل آخر

$$y = \overline{\overline{A}\overline{B}C + \overline{A}B}$$

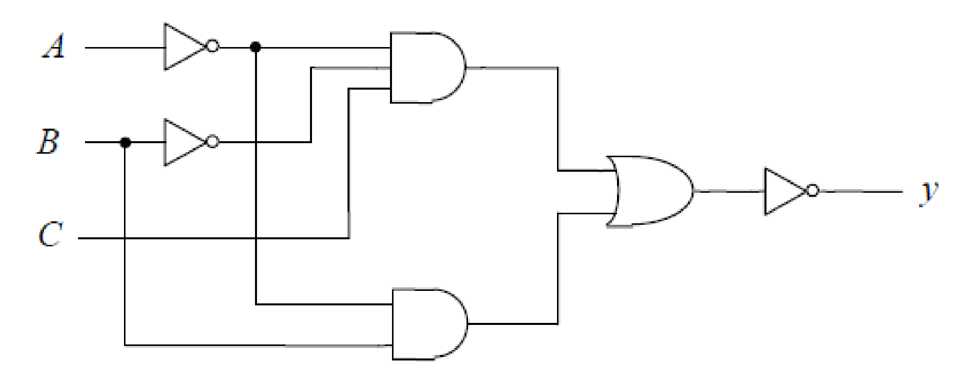
$$y = \overline{\overline{A} \cdot (\overline{B}C + B)}$$ التوزيعية

$$y = \overline{\overline{A} \cdot (C + B)}$$ الابتلاع

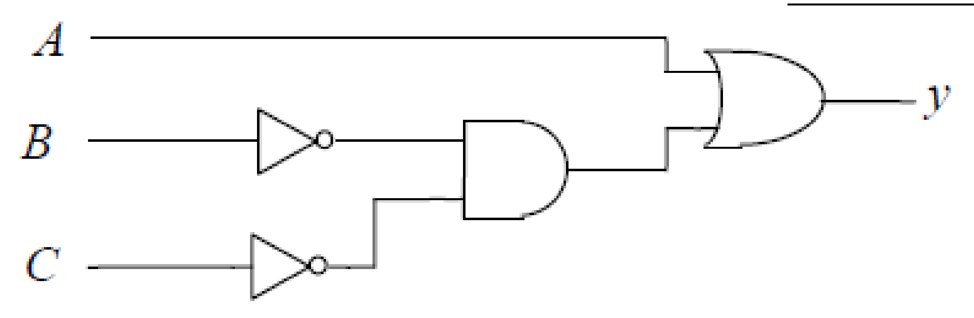
$$y = \overline{\overline{A}} + \overline{C}\,\overline{B}$$ دي مورغان

$$y = A + \overline{C}\,\overline{B}$$ عكس العكس

<u>الدائرة قبل التبسيط</u>



<u>الدائرة بعد التبسيط</u>



نلاحظ أن الدائرة قبل التبسيط مكونة من ٦بوابات، وبعد التبسيط أصبحت مكونة من ٤ بوابات <u>فقط</u>

مثال : استخدم نظريات الجبر البوليانى فى تبسيط التعبير المنطقي التالي :

$$y = \overline{A}(A + B) + \overline{C} + CB$$

ثم ارسم الدائرة المنطقية قبل التبسيط وبعده

الحل

$$y = \overline{A}(A + B) + \overline{C} + CB$$

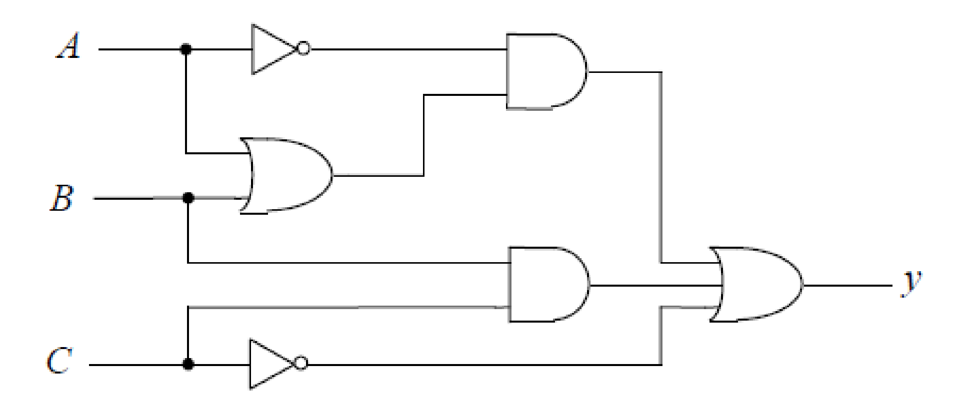
$$y = \overline{A}B + \overline{C} + CB$$ الابتلاع

$$y = \overline{A}B + \overline{C} + B$$ الابتلاع

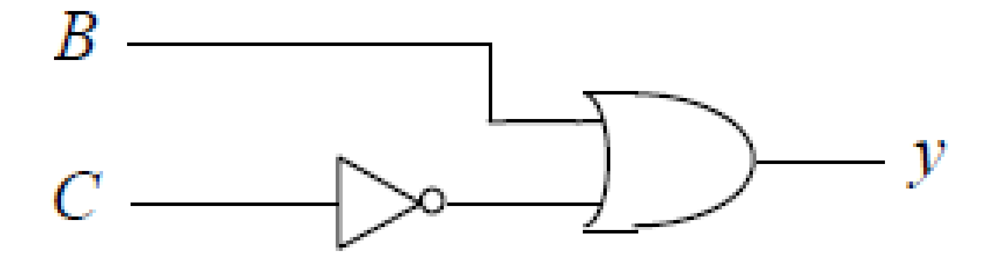
$$y = \overline{A}B + B + \overline{C}$$ الإبدالية

$$y = B + \overline{C}$$ الابتلاع

الدائرة قبل التبسيط



الدائرة بعد التبسيط



مثال : المطلوب تبسيط الدوال المنطقية التالية:

Simplify the following Boolean functions

1- A(A' + B)

2- A + A'B

3- (A + B).(A + B')

الحل

يتم تبسيط تلك الدوال باستخدام الحبر البوليونى باستخدام قواعد الربط AND ، OR

1- A(A' + B)

= AA' + AB = 0 + AB = AB

2- A + A'B

=(A+A').(A+B)= 1 .(A+B)= A + B

3- (A + B).(A + B')= AA + AB' + AB + BB'

= A+AB' +AB +0 = A(1+B'+B) = A1= A

متمم الدالة

Complement of a Function

$(A + B + C + D)' = A'B'C'D'$

$(ABCD)' = A' + B' + C' + D'$

لإيجاد متمم الدالة نعتمد على قاعدة دى مورجان De Morgan حيث يتم نفى الدالة كاملة وعند نفيها يحدث ما يلى:

-تتحول كل الروابط بين عناصر الدالة من AND الى OR والعكس

-نفى كل عنصر مثبت وإثبات كل عنصر منفى

مثال :أوجد متمم الدالة التالية :

Find the Complement of the Following Functions

$$F1 = x'yz' + x'y'z$$

الحل

$$\begin{aligned} F1 &= (x'yz' + x'y'z)' \\ &= (x'yz')' \cdot (x'y'z)' \\ &= (x+y'+z) \cdot (x+y+z') \end{aligned}$$

مثال : أوجد متمم الدالة التالية :

Find the Complement of the Following Functions

$$F1 = (x+y'+z').(x'+y+z).(x'+y'+z')$$

الحل

$$\begin{aligned} F1 &= ((x+y'+z').(x'+y+z).(x'+y'+z'))' \\ &=(x+y'+z')' + (x'+y+z)' + (x'+y'+z')' \\ &= (x'yz) + (xy'z') + (xyz) \end{aligned}$$

Name	Graphic Symbol	Algebraic Function	Truth Table
AND		**F = xy**	X Y F 0 0 0 0 1 0 1 0 0 1 1 1
OR		**F = x+y**	X Y F 0 0 0 0 1 1 1 0 1 1 1 1
Inverter		**F = x'**	X F 0 1 1 0
Buffer		**F = x**	X F 0 1 1 0
NAND		**F = (xy)'**	X Y F 0 0 0 0 1 1 1 0 1 1 1 1
NOR		**F = (x+y)'**	X Y F 0 0 0 0 1 0 1 0 0 1 1 1
XOR		**F = xy' + x'y = x ⊕ y**	X Y F 0 0 0 0 1 0 1 0 0 1 1 1
XNOR		**F = xy' + x'y = x ⊕ y**	X Y F 0 0 0 0 1 0 1 0 0 1 1 1

مثال :استخدم نظريات الجبر البوليونى فى تبسيط التعبير المنطقي التالي :

$$y = \bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}\bar{B}C + \bar{A}BC + ABC$$

الحل

التعبير المنطقي السابق يظهر فى شكل مميز يسمى (صور مجموع الحدود الصغرى) حيث يتكون التعبير المنطقي من مجموعة من الحدود المرتبطة مع بعضها البعض بعمليات **OR** ، ويسمى كل حد منها بالحد الاصغر، وهذا الحد الأصغر تظهر فيه جميع متغيرات الدخل مرتبطة مع بعضها البعض بعمليات **AND** ، ويكون بعض هذه المتغيرات معكوسا وبعضها الاخر غير معكوس

لتبسيط هذا النوع من التعبيرات نبحث عن التشابهات ما بين الحدود ، والحدان المتشابهان هما حدان يتفقان في كل شيء عدا متغير واحد يظهر في أحدهما معكوسا وفى الاخر بدون عكس

مثلا في التعبير السابق الحد الأول $\bar{A}\bar{B}\bar{C}$ يشبه الحد الثاني $\bar{A}\bar{B}C$ ، حيث يتفق الحدان في كل شيء عدا المتغير **C** الذى يظهر في الحد الأول معكوسا وفى الحد الثاني بدون عكس

وبنفس الطريقة يتشابه الحدان الثالث $\bar{A}BC$ والرابع **ABC** ، حيث يتفقان في كل شيء عدا المتغير **A** الذى يظهر في الحد الثالث معكوسا وفى الحد الرابع بدون عكس

$$y = \underbrace{\underbrace{\bar{A}\bar{B}\bar{C}} + \underbrace{\bar{A}\bar{B}C}} + \underbrace{\underbrace{\bar{A}BC} + \underbrace{ABC}}$$

نلاحظ أن الاختلاف ما بين الحدين المتشابهين يجب أن يكون فى متغير واحد ولا يجوز أن يكون في أكثر من متغير

بعد ايجاد التشابهات ما بين الحدود نقوم جمع كل حدين متشابهين فى حد واحد وهو عبارة عن العامل المشترك ما بين الحدين ، أما المتغير المختلف فيتم اختصاره

$$y = \overline{A}\,\overline{BC} + \overline{AB}C + \overline{A}BC + ABC$$

$$y = \overline{A}\,\overline{B}(\overline{C} + C) + BC(\overline{A} + A)$$ بإخراج العامل المشترك في كل حدين متشابهين

$$y = \overline{A}\,\overline{B}(1) + BC(1)$$ بجمع المتغير مع عكسه

$$y = \overline{A}\,\overline{B} + BC$$ بالعمليات مع 1

نلاحظ فى المثال السابق وجود تشابه إضافي بين الحدود ، حيث أن الحد الثاني $\overline{A}\overline{B}C$ يشبه الحد الثالث ABC ، ولكن لم نكن فى حاجة لاستخدام هذا التشابه فى عملية التبسيط

مثال :المطلوب استخدم نظريات الجبر البوليانى فى تبسيط التعبير المنطقي التالي :

$$y = \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C} + \overline{A}\,\overline{B}C + \overline{A}B\overline{C} + A\overline{B}\,\overline{C} + A\overline{B}C$$

الحل

التعبير هنا فى صورة مجموع الحدود الصغرى، لذلك نبحث عن التشابهات ما بين الحدود
الحد الأول يشبه الحد الثاني، والحد الرابع يشبه الحد الخامس، والحد الثالث يشبه الحد الأول

$$y = \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C} + \overline{A}\,\overline{B}C + \overline{A}B\overline{C} + A\overline{B}\,\overline{C} + A\overline{B}C$$

نلاحظ هنا وجود مشكله تتمثل في أن الحد الأول يتشابه فى نفس الوقت مع كل من الحدين الثاني والثالث ، وفى مثل تلك الحالة نقوم بتكرار الحد الأول (مستخدمين نظرية المتغير مع نفسه) بحيث يتم جمعه مع كل من الحدين الثاني والثالث

$$y = \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C} + \overline{A}\,\overline{B}C + \overline{A}B\overline{C} + A\overline{B}\,\overline{C} + A\overline{B}C$$

$$y = \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C} + \overline{A}\,\overline{B}C + \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C} + \overline{A}B\overline{C} + A\overline{B}\,\overline{C} + A\overline{B}C$$ بتكرار الحد الأول

$$y = \overline{A}\,\overline{B} + \overline{A}\,\overline{C} + A\overline{B}$$ بجمع كل حدين متشابهين

$$y = \overline{A}\,\overline{B} + A\overline{B} + \overline{A}\,\overline{C}$$ بالنظرية الإبدالية

$$y = \overline{B} + \overline{A}\,\overline{C}$$ بجمع الحدين المتشابهين

مثال :المطلوب استخدم نظريات الجبر البوليانى فى تبسيط التعبير المنطقى التالى :

$$y = \overline{\bar{A}B\bar{C} + A\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}C + AB\bar{C}}$$

الحل

نلاحظ أن ما أسفل خط العكس المنطقي الخارجي عبارة عن تعبير فى صورة مجموع الحدود الصغرى ،لذلك نبحث عن التشابهات ما بين الحدود

$$y = \overline{\bar{A}B\bar{C} + A\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}C + AB\bar{C}}$$

$$y = \overline{\bar{A}B\bar{C} + A\overline{BC} + A\bar{B}C + AB\bar{C}}$$ نجمع كل حدين متشابهين

$$y = \overline{B\bar{C} + A\bar{B}}$$

بنظرية دي مورغان

$$y = \overline{(B\bar{C})} \cdot \overline{(A\bar{B})}$$

بنظرية دي مورغان

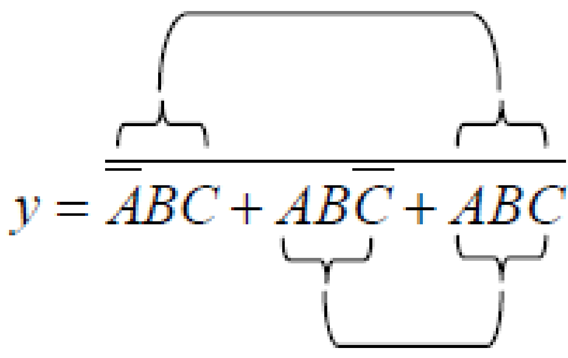
$$y = (\bar{B} + C) \cdot (\bar{A} + B)$$

مثال : المطلوب استخدم نظريات الجبر البوليانى فى تبسيط التعبير المنطقي التالي :

$$y = \overline{\bar{A}BC + AB\bar{C} + ABC}$$

الحل

نلاحظ أن ما أسفل خط العكس المنطقي الخارجي هو عبارة عن تعبير في صورة مجموع الحدود الصغرى ،لذلك نبحث عن التشابهات ما بين الحدود



$$y = \overline{\bar{A}BC + AB\bar{C} + ABC}$$

$$y = \overline{\bar{A}BC + ABC + AB\bar{C} + ABC}$$ بتكرار الحد الثالث

$$y = \overline{BC + AB}$$ بجمع كل حدين متشابهين

$$y = \overline{B(C + A)}$$ بأخذ العامل المشترك

$$y = \bar{B} + \overline{(C + A)}$$ بنظرية دي مورغان

$$y = \bar{B} + \overline{CA}$$ بنظرية دي مورغان

مثال : المطلوب تبسيط الدالة المنطقية التالية باستخدام قواعد الجبر البوليني

$$Y = AB + A(A + C) + B(A + C)$$

الحل

في البداية نفك الأقواس.

$$Y = AB + AA + AC + AB + BC$$

نعوض قيمة الحد AA بالمتغير A فتصبح الدالة:

$$Y = AB + A + AC + BC$$

وبما أن المتغير A عامل مشترك بين الحدود ١و٢و٣ في الدالة فتصبح على النحو التالي:

$$Y = A(B + 1 + C) + BC$$

بتطبيق القاعدة: A +1 = 1 نجد أن:

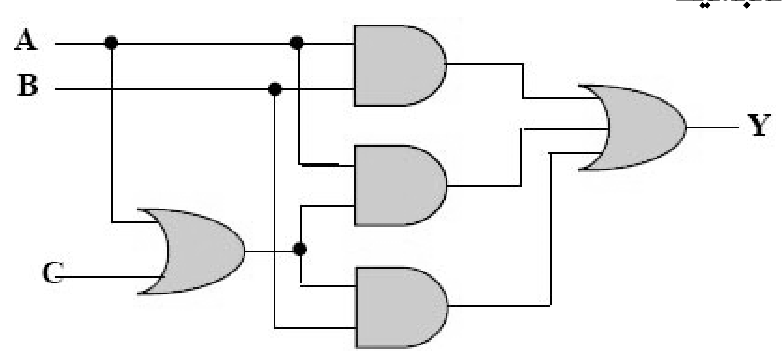
$$Y = A \bullet ١ + BC$$

وأخيراً نطبق القاعدة : $A \bullet ١ = A$ فنحصل على:

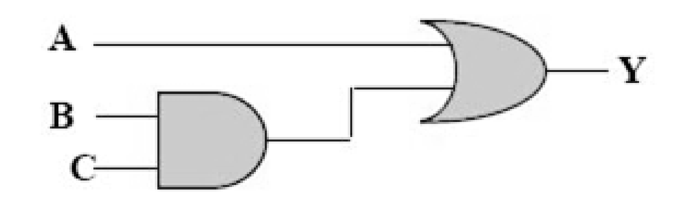
$$Y = A + BC$$

عند هذه المرحلة فإن التعبير البوليني قد تم وضعه في أبسط صورة ممكنة. يجب أن نلاحظ هنا أنه عند اكتساب الخبرة في تطبيق قواعد الجبر البوليني فليس من الضروري تبسيط الدالة على شكل خطوات، ولكننا نبين هنا فقط كيفية الوصول إلى الصورة النهائية للدالة المبسطة وما هي القواعد التي تم استخدامها.

الدائرة قبل التبسيط



الدائرة بعد التبسيط



يتضح مما سبق كيف انه أمكن تمثيل الدالة بعد تبسيطها بأقل عدد ممكن من البوابات حيث أمكن تمثيلها باستخدام بوابتين فقط، بينما الدالة الأصلية قبل التبسيط عبارة عن خمس بوابات.

مثال : المطلوب رسم المخطط المنطقي وجدول الصواب ثم رسم الدائرة المنطقية لكل تعبير من التعبيرات المنطقية التالية:

$$x = \overline{A(\overline{B} + C)}$$

$$y = \overline{A}B(A + \overline{C})$$

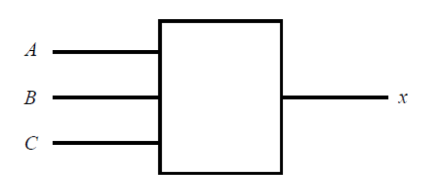
$$z = \overline{A\overline{B} + C\overline{D}}$$

الحل

١-التعبير الأول

$$x = \overline{A(\overline{B} + C)}$$

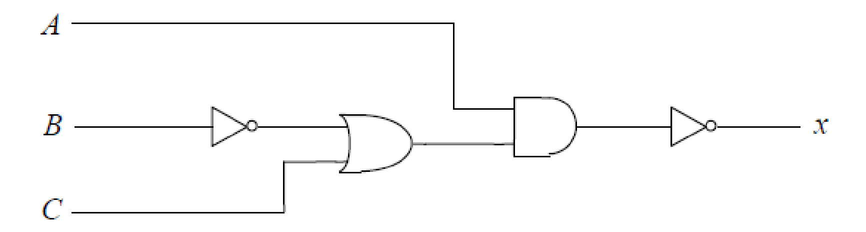
-المخطط المنطقي



-جدول الصواب

A	B	C	$\overline{B}$	$\overline{B}+C$	$A(\overline{B}+C)$	$x = \overline{A(\overline{B}+C)}$
0	0	0	1	1	0	1
0	0	1	1	1	0	1
0	1	0	0	0	0	1
0	1	1	0	1	0	1
1	0	0	1	1	1	0
1	0	1	1	1	1	0
1	1	0	0	0	0	1
1	1	1	0	1	1	0

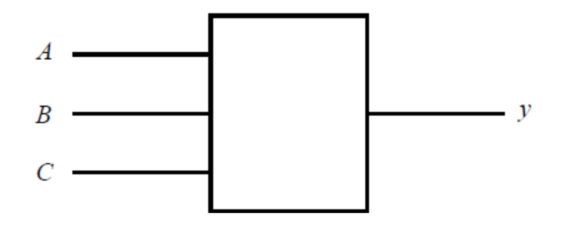
-الدائرة المنطقية



٢-التعبير الثاني

$$y = \overline{A}B(A + \overline{C})$$

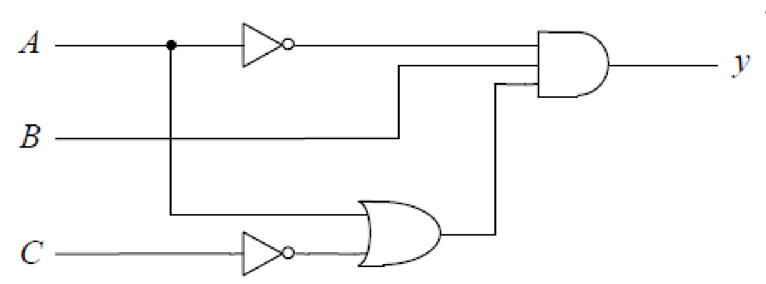
-المخطط المنطقى



جدول الصواب

A	B	C	$\overline{A}$	$\overline{C}$	$\overline{A}B$	$A+\overline{C}$	$y=\overline{A}B(A+\overline{C})$
0	0	0	1	1	0	1	0
0	0	1	1	0	0	0	0
0	1	0	1	1	1	1	1
0	1	1	1	0	1	0	0
1	0	0	0	1	0	1	0
1	0	1	0	0	0	1	0
1	1	0	0	1	0	1	0
1	1	1	0	0	0	1	0

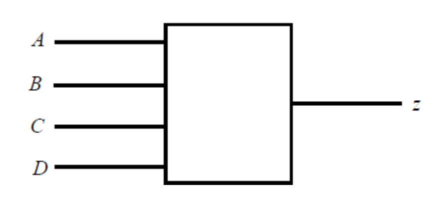
الدائرة المنطقية



٣-التعبير الثالث

$$z = \overline{A\overline{B} + C\overline{D}}$$

-المخطط المنطقي



جدول الصواب

A	B	C	D	$\overline{B}$	$\overline{D}$	$A\overline{B}$	$C\overline{D}$	$A\overline{B}+C\overline{D}$	$y=\overline{A\overline{B}+C\overline{D}}$
0	0	0	0	1	1	0	0	0	1
0	0	0	1	1	0	0	0	0	1
0	0	1	0	1	1	0	1	1	0
0	0	1	1	1	0	0	0	0	1
0	1	0	0	0	1	0	0	0	1
0	1	0	1	0	0	0	0	0	1
0	1	1	0	0	1	0	1	1	0
0	1	1	1	0	0	0	0	0	1
1	0	0	0	1	1	1	0	1	0
1	0	0	1	1	0	1	0	1	0
1	0	1	0	1	1	1	1	1	0
1	0	1	1	1	0	1	0	1	0
1	1	0	0	0	1	0	0	0	1
1	1	0	1	0	0	0	0	0	1
1	1	1	0	0	1	0	1	1	0
1	1	1	1	0	0	0	0	0	1

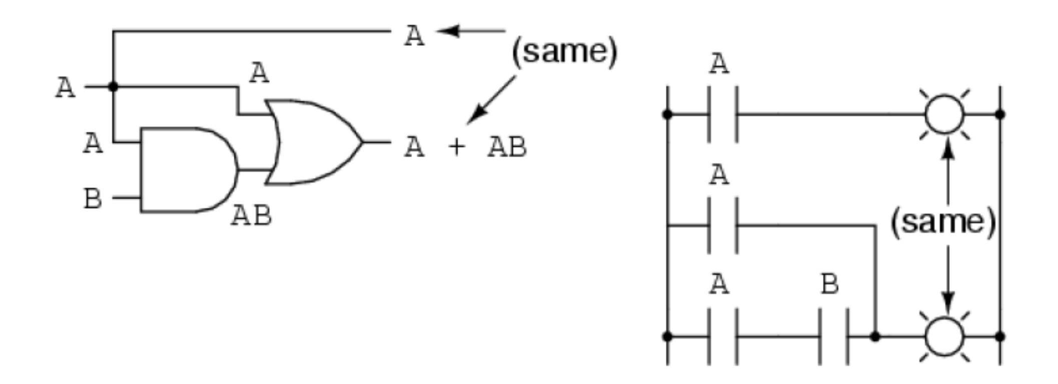
القواعد المنطقية للتبسيط

Boolean rules for simplification

أهم استخدامات الجبر البوليونى هو تبسيط الدوائر المنطقية، حيث نحول وظيفة الدائرة المنطقية الى معادلة منطقية ثم نقوم بتبسيطها ثم اعادة تحويلها الى دائرة منطقية أقل في عدد العناصر وابسط في التنفيذ وتقوم بنفس الوظيفة

تدريب

A+ AB = A



ويمكن اثبات ذلك التبسيط من خلال القواعد التالية:

A + AB

↓ بأخذ A كعامل مشترك

A (1 + B)

↓ بتطبيق المتطابقة B+1=1

A (1)

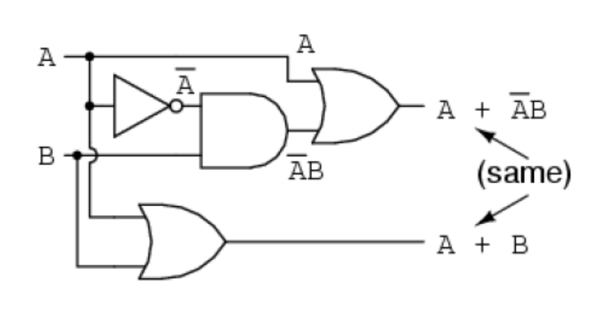
↓ بتطبيق المتطابقة 1A=A

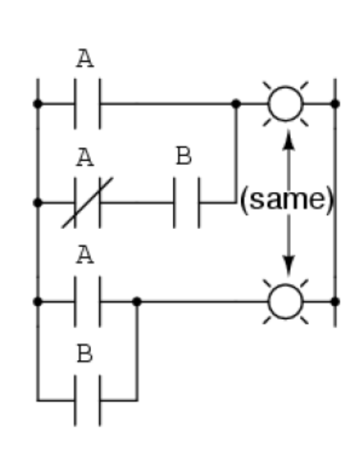
A

مثال : المطلوب اثبات التعبير التالى:

$$A + \bar{A}\ B = A + B$$

الحل





ويمكن اثبات ذلك التبسيط من خلال القواعد التالية:

$$A + \bar{A}B$$

↓بتطبيق قاعدة التبسيط السابقة لفك المتغير A (A=A+AB)

$$A + AB + \bar{A}B$$

↓ بأخذ B كعامل مشترك من الحدين الثانى و الثالث

$$A + B(A + \bar{A})$$

وبتطبيق القانون : $1 = A + \bar{A}$

تكون النتيجة كما يلى:

$$A + B(1)$$

وبتطبيق القاعدة 1B=B

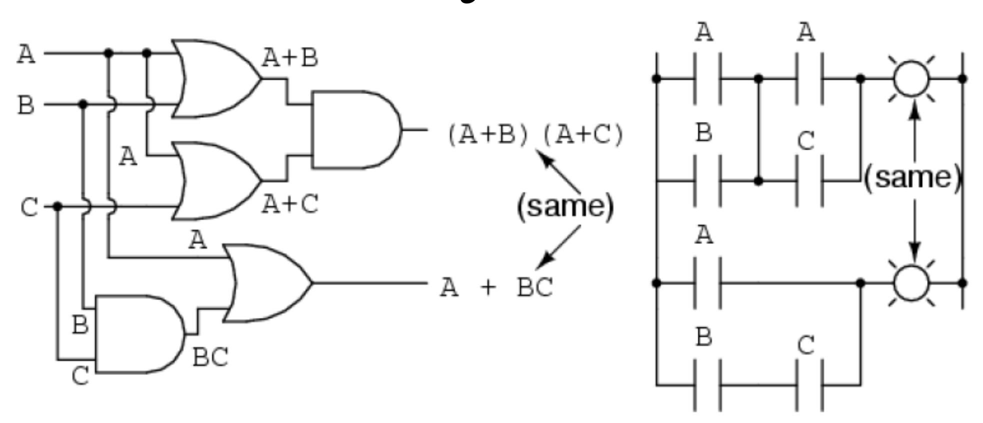
ينتج ما يلى :

$$A + B$$

مثال :المطلوب اثبات التعبير التالى:

(A+B) (A+C) = A + BC

الحل



ويمكن اثبات ذلك التبسيط من خلال القواعد التالية:

(A+B)(A+C)

بضرب الحدود وفك الاقواس

AA+AC+AB+BC

تطبيق القاعدة : AA = A

A+AC+AB+BC

تطبيق القاعدة A+AC=A

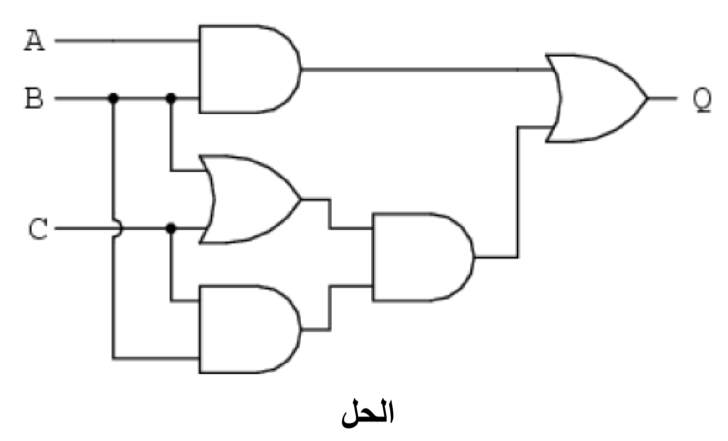
A+AB+BC

تطبيق القاعدة A+AB=A

A+BC

أمثلة على تبسيط الدوائر المنطقية Circuit simplification

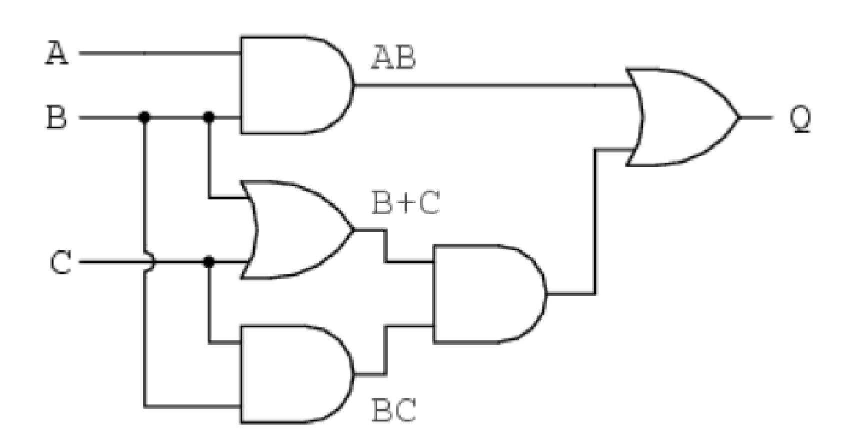
بفرض وجود دائرة منطقية مدخلاتها A,B,C ، ومخرجاتها Q ، والمطلوب تبسيط تلك الدائرة بحيث تتضمن عدد أقل من العناصر



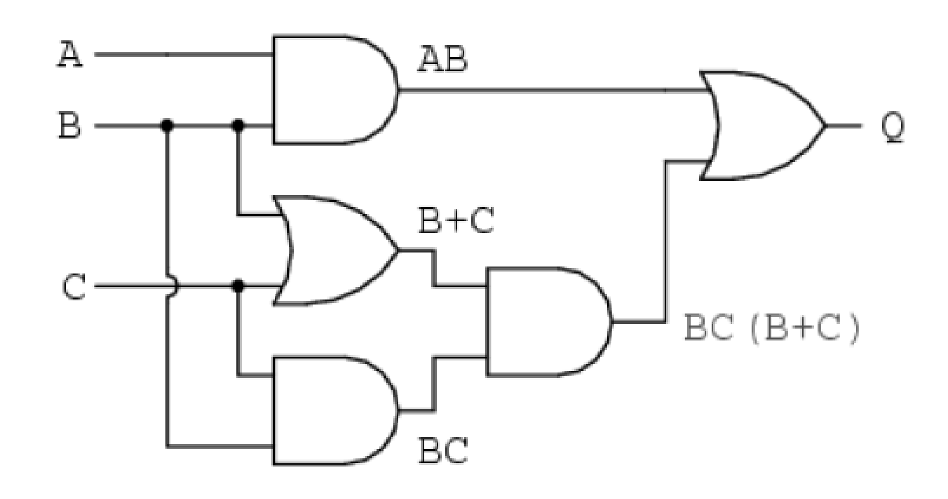
الحل

الخطوة الأولى

كتابة التعبير المنطقي (البوليونى) الذى يعبر عن تلك الدائرة المنطقية من خلال كتابة التعبيرات الجزئية لكل بوابة بداية من أطراف المدخلات وبتسلسل وصولا للمخرجات (بوابة OR تمثل عملية الجمع المنطقي، وبوابة AND تمثل عملية الضرب المنطقي)
وبكتابة التعبيرات الجزئية للثلاثة بوابات الأولى تكون كما يلى:

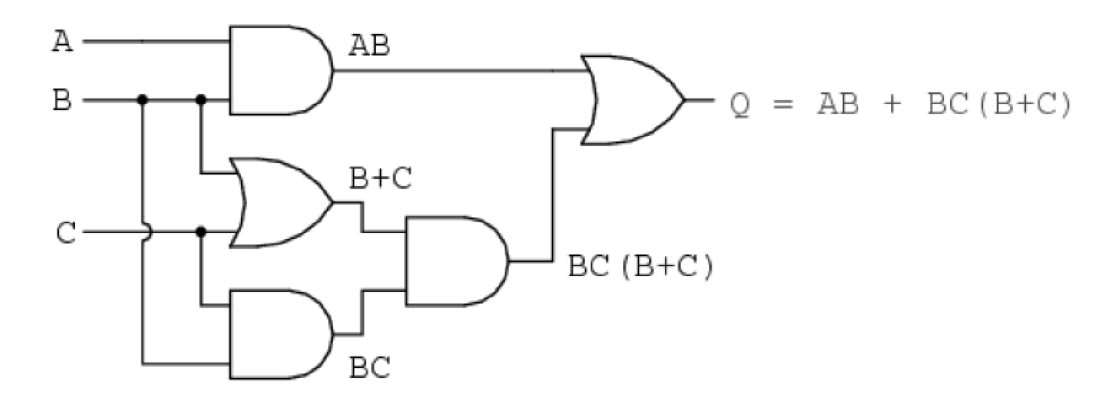


ثم كتابة التعبير المنطقي للبوابة التالية:



وفى آخر مرحلة نجد ان التعبير المنطقي للمخرجات كما يلى :

Q= AB + BC (B + C)



الخطوة الثانية

تبسيط تلك المعادلة المنطقية القواعد والنظريات المنطقية السابق استعراضها

AB+BC (B+C)

بالتوزيع وفك الاقواس

AB+BBC+BCC

بتطبيق القاعدة AA=A على الحد الثاني والثالث (حيث أن A هو رمز عام)

AB+BC+BC

بتطبيق القاعدة A+A=A على الحد الثاني والثالث
AB+BC

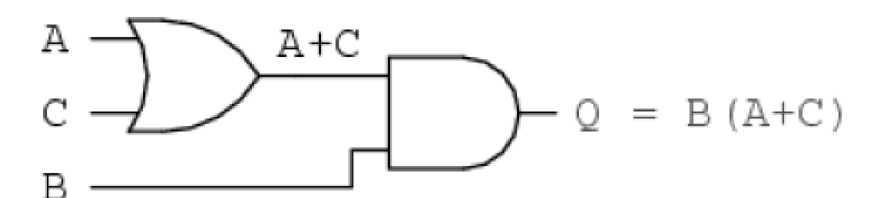
نأخذ **B** عامل مشترك
B (A+C)

الخطوة الثالثة

إعادة رسم الدائرة بعد تبسيطها حيث نبدأ برسم الجزء الموجود داخل القوس **A+C** والذى هو عملية جمع يعبر عنها بالبوابة **OR**



ولضرب المخرجات السابقة فى مدخل جديد **B** نستخدم البوابة **AND**



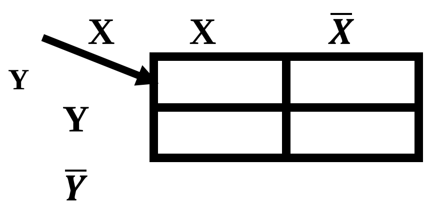
نلاحظ ان تلك الدائرة المنطقية هى ابسط بكثير حيث تحتوى على بوابتين فقط بدلا من خمسه مما يحقق سرعه عمل الدائرة (تقليل زمن التأخير) وتقليل القدرة المهدرة والتكلفة

رواسم كارانوف

أسلوب وطريقة منظمة لتبسيط ومعالجة التعبيرات المنطقية لدوال بوليان حيث يتم مثيل راسم كارانوف بشكل رباعي حيث يقسم الى مجموعة من المربعات عددها 2^n لتمثيل الحالات المتوقعة لعدد n من المتغيرات ويتم تمييز تلك المربعات بطريقة معينة ليمثل كل مربع حاصل الضرب المنطقي للمتغيرات

رواسم كارانوف لمتغيرين

يتم رسم شكل مربع مقسم الى ٤ مربعات كل مربع يمثل حالة توافقية واحدة من متغير الدالة المنطقية المطلوب تبسيطها، وتمثل الـ X في النصف العلوي من الخريطة، وتمثل الـ Y في النصف السفلى من الخريطة، كما تمثل $\overline{X}$ في النصف الايمن من الخريطة، $\overline{Y}$ تمثل في النصف الايسر من الخريطة كما يلي:



ولاستنتاج التعبير المنطقي للدالة في صورته المختصرة نتبع القواعد التالية:

-كل مربع وحيد يمثل حد لمتغيرين

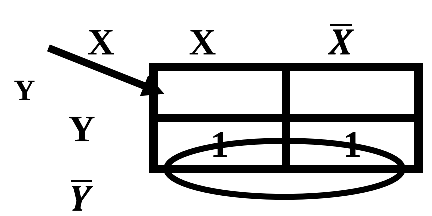
- كل مربعين متجاورين يمثلان حد لمتغير واحد

-كل ٤ مربعات متجاورة عندئذ تكون الدالة مساوية للواحد الصحيح

مثال :استخدم راسم كارانوف لتبسيط التعبير المنطقى التالى :

$$F(X,Y) = \overline{X} \cdot \overline{Y} + X \cdot \overline{Y}$$

الحل



ويمكن التحقق من الإجابة كما يلى:

$$F(X,Y) = \overline{X} \cdot \overline{Y} + X \cdot \overline{Y} = (\overline{X} + X) \cdot \overline{Y} = 1 \cdot \overline{Y} = \overline{Y}$$

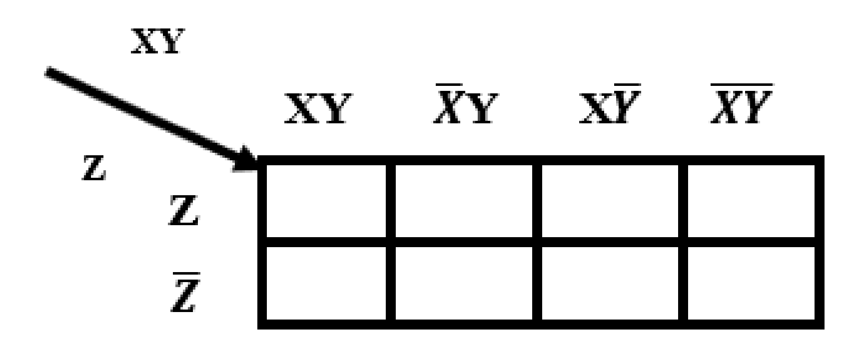
رواسم كارنوف لثلاث متغيرات

في تلك الحالة يتكون الرسم من ٨ مربعات 2^3 وذلك لتمثيل الحالات الممكنة للمتغيرات X,Y,Z ، ويتم التبسيط وفقا للقواعد التالية:

-تجميع كل ٤ مربعات متجاورة والتعبير عنها **بمتغير واحد** فقط

-تجميع كل مربعين متجاورين والتعبير عنهم **بمتغيرين**

-المربع الوحيد يتم التعبير عنه **بثلاث متغيرات**



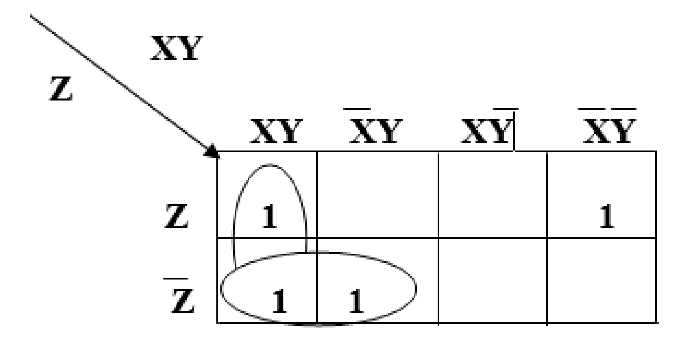
نلاحظ انه يوجد ثماني حواصل ضرب أساسية يحتوى كل منها على ثلاث متغيرات كما يلى:

$XYZ\ , XY\bar{Z}\ , X\bar{Y}Z\ , X\bar{Y}\,\bar{Z}\ , \bar{X}YZ, \bar{X}\ Y\ \bar{Z}\ ,\ \bar{X}\ \bar{Y}\ Z\ ,\ \bar{X}\ \bar{Y}\ \bar{Z}$

مثال :باستخدام مخططات كارانوف، المطلوب تبسيط الدالة المنطقية التالية:

$$F1 = XYZ + XY\bar{Z} + \bar{X}Y\bar{Z} + \bar{X}\bar{Y}Z$$

الحل



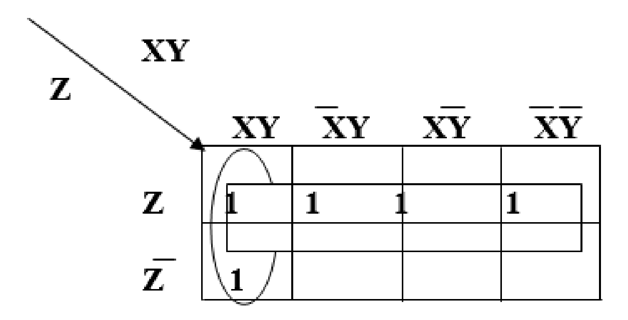
الدالة بعد التبسيط:

$$F = XY + Y\bar{Z} + \bar{X}\bar{Y}Z$$

مثال : باستخدام مخططات كارانوف، المطلوب تبسيط الدالة المنطقية التالية:

$$F = XYZ + XY\bar{Z} + X\bar{Y}Z + \bar{X}YZ + \bar{X}\bar{Y}Z$$

الحل



الدالة بعد التبسيط:

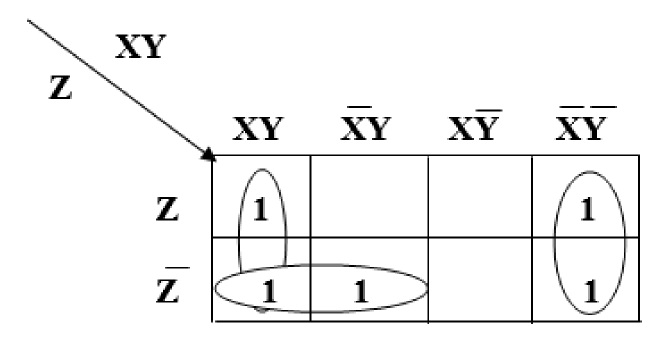
$$F = XY + Z$$

مثال

باستخدام مخططات كارانوف، المطلوب تبسيط الدالة المنطقية التالية:

$$F = XYZ + XY\bar{Z} + \bar{X}Y\bar{Z} + \bar{X}\bar{Y}\bar{Z} + \bar{X}\bar{Y}Z$$

الحل



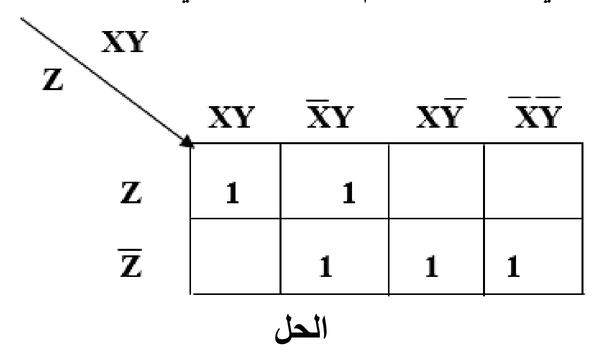
الدالة بعد التبسيط:

$$F = XY + Y\bar{Z} + \bar{X}\bar{Y}$$

ايضا يمكن تبسيطها لتصبح كما يلى :

$$F = XY + \bar{X}\,\bar{Z} + \bar{X}\bar{Y}$$

مثال : اوجد التعبير المنطقي المكافئ لراسم كارانوف التالي:



الحل

$$F(X,Y,Z) = \overline{X}\overline{Z} + YZ + XZ$$

مثال : توافر لديك التعبير المنطقي التالي :

$$F(X,Y,Z) = \bar{X}Z + \bar{X}Y + X\bar{Y}Z + YZ$$

والمطلوب تبسيط التعبير المنطقي السابق من خلال ما يلى :

١ ـ قوانين الجبر البوليونى

٢ ـرواسم كارانوف

الحل

أولا: يجب التأكد من ان عدد العناصر الموجودة بالطرف الأيمن للتعبير المنطقي (الدالة) مساوى لعدد العناصر بالطرف الايسر، وفى حالة عدم تحقق ذلك نقوم باستكمال العناصر من خلال ضرب العنصر المطلوب استكمال عدد متغيراته في (المتغير الناقص + معكوسة) كما يلي:

$$F(X,Y,Z) = \bar{X}Z(Y + \bar{Y}) + \bar{X}Y(Z + \bar{Z}) + X\bar{Y}Z + YZ(X + \bar{X})$$

$$F(X,Y,Z) = \bar{X}YZ + \bar{X}\bar{Y}Z + \bar{X}YZ + \bar{X}Y\bar{Z} + X\bar{Y}Z + XYZ + \bar{X}YZ$$

$$F(X,Y,Z) = (\bar{X}YZ + \bar{X}YZ + \bar{X}YZ) + \bar{X}\bar{Y}Z + \bar{X}Y\bar{Z} + X\bar{Y}Z + XYZ$$

$$F(X,Y,Z) = \bar{X}YZ + \bar{X}\bar{Y}Z + \bar{X}Y\bar{Z} + X\bar{Y}Z + XYZ$$

ثانيا: تبسيط التعبير المنطقي السابق (الدالة) باستخدام قوانين جبر بول من خلال الخطوات التالية:

$$F(X,Y,Z) = \bar{X}Z(Y + \bar{Y}) + \bar{X}Y\bar{Z} + XZ(Y + \bar{Y})$$

$$F(X,Y,Z) = \bar{X}Z + \bar{X}Y\bar{Z} + XZ$$

$$F(X,Y,Z) = (\bar{X} + X)Z + \bar{X}Y\bar{Z}$$

$$F(X,Y,Z) = Z + \bar{X}Y\bar{Z}$$

ثالثا: بالتبسيط باستخدام رواسم كارانوف

$$F(X,Y,Z) = \bar{X}YZ + \bar{X}\bar{Y}Z + \bar{X}Y\bar{Z} + X\bar{Y}Z + XYZ$$

Z \ XY	XY	$\bar{X}Y$	$X\bar{Y}$	$\bar{X}\bar{Y}$
Z	1	1	1	1
$\bar{Z}$		1		

الدالة بعد التبسيط

$$F(X,Y,Z) = Z + \bar{X}Y\bar{Z}$$

استراتيجيات لحل مسائل الجبر البولياني بكفاءة

لحل مسائل الجبر البولياني (Boolean Algebra) بكفاءة هناك مجموعة من الاستراتيجيات والقوانين التي يمكن استخدامها لتبسيط التعبيرات البوليانية وتقليل الأخطاء و فيما يلي شرح تفصيلي لهذه الاستراتيجيات:

أولا: يجب الالمام بالقوانين الأساسية لجبر بول

قبل البدء في حل أي مسألة يجب أن تكون على دراية بالقوانين الأساسية التالية:

قوانين المتمم Complement Laws

$A + \bar{A} = 1$

$A . \bar{A} = 0$

قانون الهوية Identity Laws

$A + 0 = A$

$A \cdot 1 = A$

قانون الإلغاء Idempotent Laws

$A + A = A$

$A \cdot A = A$

قوانين التوزيع Distributive Laws

$A \cdot (B + C) = A \cdot B + A \cdot C$

$A + (B \cdot C) = (A+B) \cdot (A+C)$

قوانين الامتصاص Absorption Laws

$A + A \cdot B = A$

$A \cdot (A + B) = A$

قوانين دي مورجان De Morgan's Laws

$\overline{A + B} = \bar{A} . \bar{B}$

$\overline{A . B} = \bar{A} + \bar{B}$

ثانيا: تحديد الأهداف قبل التبسيط

عند حل مسائل الجبر البولياني فإن الاهداف تتمثل فيما يلى:
١ - تحديد المدخلات بدقة
٢ -تقليل عدد الحدود لإيجاد تعبير أبسط وأقصر
٣ -إعادة صياغة التعبير المنطقي (الدالة) لجعلها أكثر قابلية للتنفيذ في الدوائر الرقمية

ثالثا: خطوات حل المسائل

١ -التبسيط باستخدام قوانين الهوية والإكمال حيث يجب البدء بتطبيق القوانين البسيطة مثل:

$A + 0 = A$

$A \cdot 1 = A$

$A + \overline{A} = 1$

$A . \overline{A} = 0$

٢ - استخراج الحدود المشتركة أي العامل المشترك وذلك باستخدام قانون التوزيع.
مثال

$AB + AC = A(B + C)$

٣ - اختصار التعبير من خلال حذف الحدود الزائدة وذلك باستخدام قوانين الامتصاص
مثال:

$A + A \cdot B = AA + A . B = A$

٤ - تطبيق قوانين دي مورجان
عندما يحتوي التعبير على معاملات معكوسة أو مكملة يجب استخدم قوانين دي مورجان لتحويل التعبير
مثال:

$\overline{A + B} = \overline{A} . \overline{B}$

٥ - استخدام رواسم كارنوف Karnaugh Maps
عند التعامل مع تعبيرات بوليانية معقدة أو تحتوي على أكثر من متغيرين يمكن استخدام خرائط كارنوف مع ملئ جدول كارنوف بالقيم الحقيقة ثم دمج المربعات المتجاورة التي تتضمن العنصر 1 للحصول على تعبير مبسط
٦ - تقليل الحدود باستخدام XOR أو XNOR
بعض التعبيرات يمكن تبسيطها باستخدام العلاقات الخاصة بـ XOR ، XNOR

$A \oplus B = \overline{A}B + A\overline{B}$

$A \odot B = AB + \overline{A}\overline{B}$

رابعا: تحليل خطوات الحل لتقليل الأخطاء

التحقق من أن عدد الحدود في الخطوات المبسطة يساوي عدد الحدود في التعبير الأصلي باستخدام جدول الحقيقة، وكذلك استخدم جدول الحقيقة للتحقق من أن التعبير المبسط يعطي نفس النتائج مثل التعبير الأصلي.

مثال

المطلوب تبسيط التعبير المنطقي التالي :

$$F(A, B, C) = \overline{A}B + AB + \overline{A}B\overline{C} + A\overline{B}C$$

الخطوات

استخدم قانون التوزيع:

$$F = B(\overline{A} + A) + \overline{A}B\overline{C} + A\overline{B}C$$

تطبيق قانون الإكمال:

$(\overline{A} + A) = 1$

$F = B + \overline{A}B\overline{C} + A\overline{B}C$

استخرج العامل المشترك:

$F = B + B\overline{C}(\overline{A} + A)$

تطبيق قانون الإكمال مرة أخرى

$(\overline{A} + A) = 1$

$F = B + B\overline{C}$

استخرج العامل المشترك النهائي:

$F=B$

التمارين

١ – وضح كيف يعالج الصمام NOT الدوال التالية:

110001	10001111	101100111000

تذكر أن (الصمام NOT يغير 0 إلى 1 والعكس)

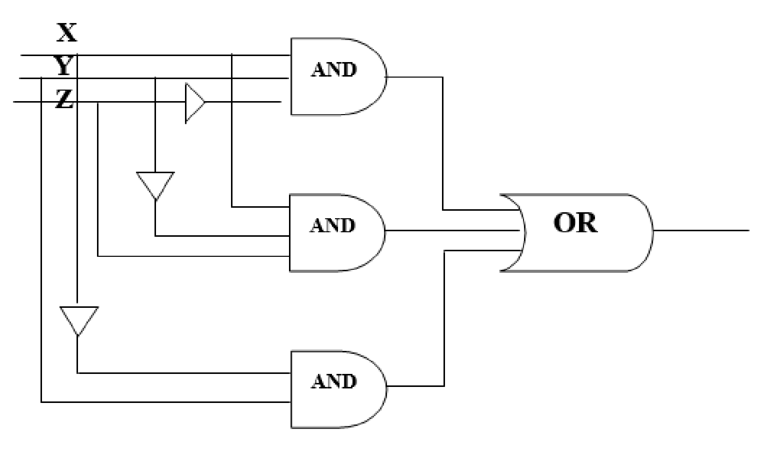
٢ – إذا كان :

$X = 1100110110$
$Y = 1110000111$
$Z = 1010010110$

أوجد :

(أ) $X + Y + Z$ (ب) $X.Y.Z$ (ج) $\overline{Z}(X+Y)$ (د) $\overline{X(Y}+Z)$

٣– أوجد تعبير بول وجدول الصواب للدائرة المنطقية التالية :



٤– أثبت صحة القانون التالي :

$A (B + C) = A.B+A.C$

٥- أثبت صحة قانون دى مورجان التالي :

$$\overline{(X \cdot Y)} = \overline{X} + \overline{Y}$$

٦- اختصر التعبير التالي :

$$\overline{A} \cdot B + A \cdot B + \overline{A} \cdot \overline{B}$$

٧- استخدم رواسم كارنوف لتبسيط الدوال التالية :

$$F(X, Y) = X.Y + \overline{X} \cdot \overline{Y}$$

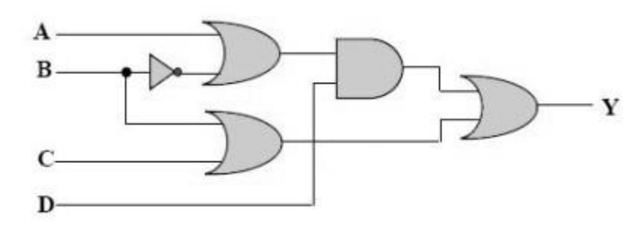
$$F(X,Y.Z) = XYZ + X\overline{Y}\overline{Z} + XY\overline{Z} + X\overline{Y}Z + \overline{X}YZ$$

٨- ارسم الدوائر المنطقية لتنفيذ الدوال التالية :

$$F = XYZ + \overline{X}\overline{Y}Z + X\overline{Y}Z + Y\overline{Z}$$

$$F = XZ + Y$$

٩- أوجد التعبير البوليني للدائرة المنطقية الموضحة بالشكل:



١٠-المطلوب اختصار التعبير البوليونى التالي في أبسط صورة ثم ارسم الدائرة المنطقية للتعبير قبل وبعد التبسيط.

$$Y = \overline{ABC} + \overline{AB}C + \bar{A}BC + ABC$$

١١-استخدم نظريات الجبر البوليونى فى تبسيط التعبيرات المنطقية التالية:

$$A = x + xyz + \bar{x}yz + xw + x\bar{w} + \bar{x}y$$

$$B = (x + \bar{y} + xy)(x + \bar{y})\bar{x}y$$

$$C = (x + \bar{y} + x\bar{y})(xy + \bar{x}z + yz)$$

الفصل الرابع

(٤)

ذاكرة الحاسب ووسائط التخزين

أولا: التنظيم المنطقي للذاكرة
Logical Memory Organization

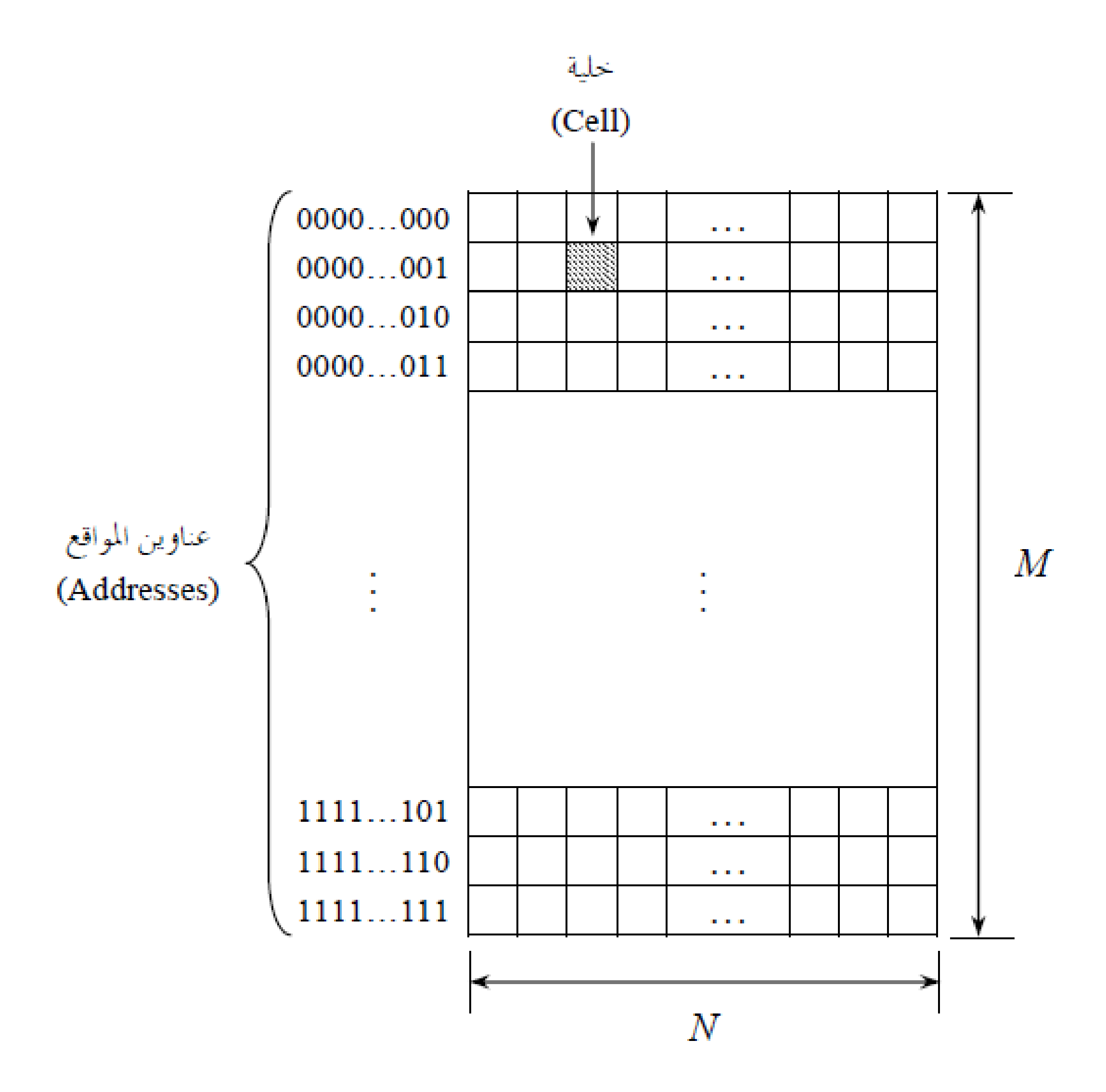
يقصد بالتنظيم المنطقي للذاكرة صورة الذاكرة كما يراها مبرمج النظام الرقمي **Programmer**، أي مجموعة من المواقع التخزينية المتتالية المتساوية فى الطول، كل موقع منها يتكون من عدد من الخلايا التخزينية **Cells**، لخلية منها تستطيع تخزين **Bit** واحد فقط من البيانات، ولكل موقع من هذه المواقع عنوان **Address** فريد يميزه عن سواه من المواقع

ويمكن الوصول لأى موقع بالذاكرة من خلال عنوانه، وذلك إما لإجراء عملية قراءة **Read** منه أي استرجاع للبيانات المخزنة فيه، أو عملية كتابه **Write** عليه أي تخزين لبيانات فيه

وعملية القراءة غير مدمرة **Nondestructive** لمحتويات الموقع، أى أن الموقع يظل محتفظا بالبيانات المخزنة فيه كما هي بعد عملية القراءة

أما عملية الكتابة فهي مدمرة **Destructive** للمحتويات السابقة للموقع، حيث تحل البيانات الجديدة التي تمت كتابتها على الموقع محل البيانات السابقة التي كانت مخزنه فيه

ويوضح الشكل التالي التنظيم المنطقي لذاكرة من نوع **M×N**



حيث أن :

M : عدد صحيح يمثل عدد مواقع الذاكرة ، ويطلق عليه ايضا طول الذاكرة Length

N : عدد صحيح يمثل طول الموقع الواحد ، أى عدد خاناته الثنائية Bits أو خلاياه التخزينية (يطلق عليه ايضا عرض الذاكرة Width)

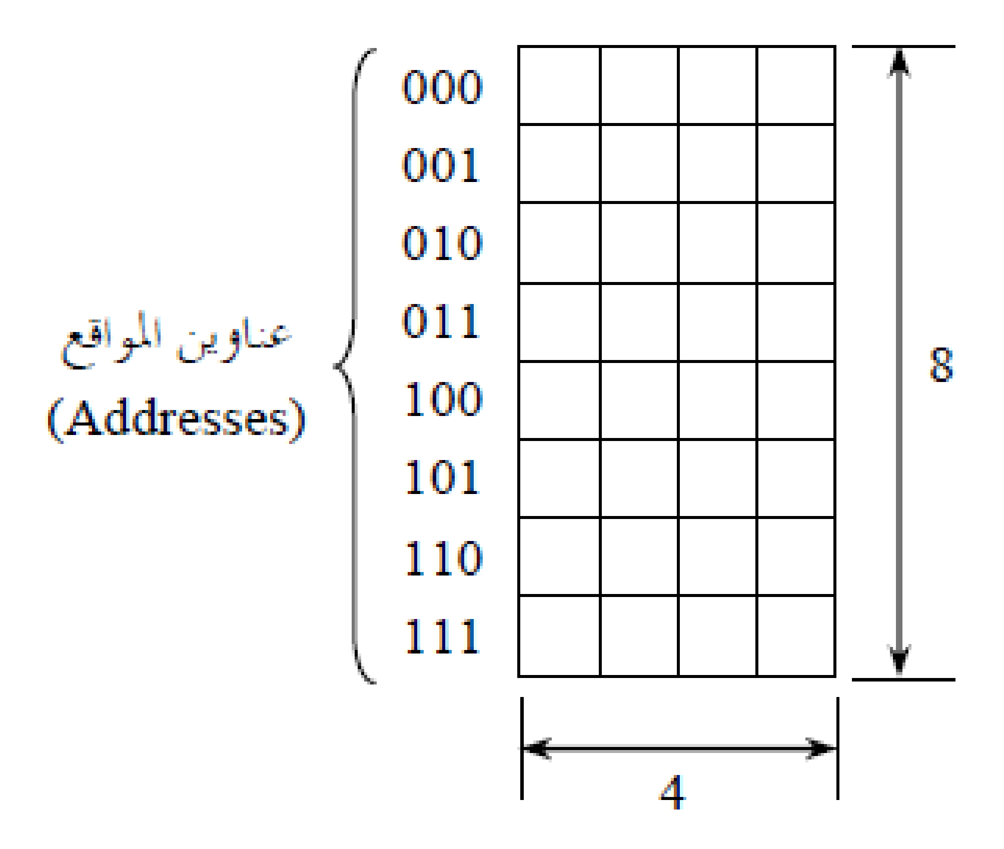
مثال

وضح التنظيم المنطقي لذاكرة من نوع 8×4

الحل

عدد مواقع الذاكرة هو M=8

طول الموقع الواحد N=4



العلاقة بين عدد مواقع الذاكرة وعدد خانات العنوان

توجد علاقة بين عدد مواقع الذاكرة أى طولها M ، وعدد خانات العنوان A
فإذا كان عدد خانات العنوان A فإن عدد العناوين الممكنة وبالتالي عدد مواقع الذاكرة هو 2^A

$$M=2^A$$

أو من خلال العلاقة التالية :

$$A=\frac{\ln(M)}{\ln(2)}$$

حيث أن :
ln : لوغاريتم (M)

مثال : أوجد عدد خانات العنوان لذاكرة من النوع:
(أ) 1K ×8
(ب) 4M ×16

الحل

(أ) عدد مواقع الذاكرة هو M=1K=1024 ، أى أن :

$$A=\frac{\ln(1024)}{\ln(2)}=10$$

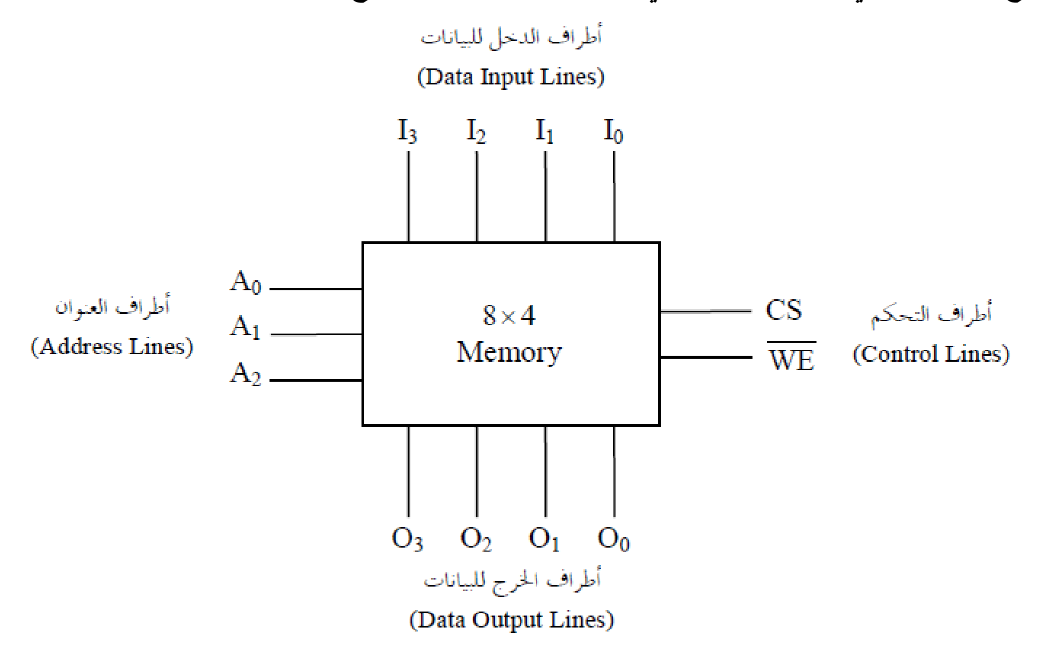
(ب) عدد مواقع الذاكرة (M=4M=4(1024×1024 أى أن :

$$A=\frac{\ln(4(1024\times1024))}{\ln(2)}=22$$

عادة ما يكون طول الموقع N فى الحاسبات الشخصية مساويا 8 Bits ، ويطلق على الموقع فى تلك الحالة اسم Byte
أما فى انواع الحاسبات الاخرى فقد يكون طول الموقع مساويا 16 أو 32 أو حتى 64 Bits

ثانيا: شريحة الذاكرة Memory Chip

يوضح الشكل التالي المخطط المنطقي لشريحة ذاكرة من النوع 8×4



أطراف التوصيل لشريحة الذاكرة

١-أطراف الدخل للبيانات Data Input Lines: عددها = طول الموقع أو عرض الذاكرة N

٢-أطراف الخرج للبيانات Data Output Lines: عددها = طول الموقع أو عرض الذاكرة N

٣-أطراف العنوان Address Lines: عددها يعتمد على عدد المواقع أو طول الذاكرة M وفقا للعلاقة التالية :

$$A = \frac{\ln(M)}{\ln(2)}$$

٤-أطراف التحكم Control Lines : عددها 2 وهى :

$\overline{WE}$: أى طرف تمكين الكتابة Write Enable ومهمته تحديد نوع العملية المطلوب إجراؤها على الذاكرة وذلك على النحو التالى :

$\overline{WE} = 0$ (عملية كتابة Write)

$\overline{WE} = 1$ (عملية قراءة Read)

ويرمز لهذا الطرف أيضا بالرمز R/W أو بالرمز $\overline{W}$

٥-CS (طرف اختيار الشريحة Chip Select)

عبارة عن خط سماح Enable يسمح لشريحة الذاكرة بالعمل كالمعتاد عند وضع القيمة 1 فيه ، ويبطل عملها ويعزل أطراف الدخل والخرج للبيانات عن العالم الخارجي بمقاومة عالية High Impedance عند وضع القيمة 0 فيه، ويرمز لهذا الطرف ايضا بالرمز ME (Memory Enable) أو CE (Chip Enable)

٦-أطراف التغذية بالطاقة الكهربائية Power Supply

عددها 2 (لا يتم توضيحهما عادة على المخطط المنطقي لشريحة الذاكرة)

مثال:

احسب عدد أطراف التوصيل لشريحة ذاكرة من النوع:

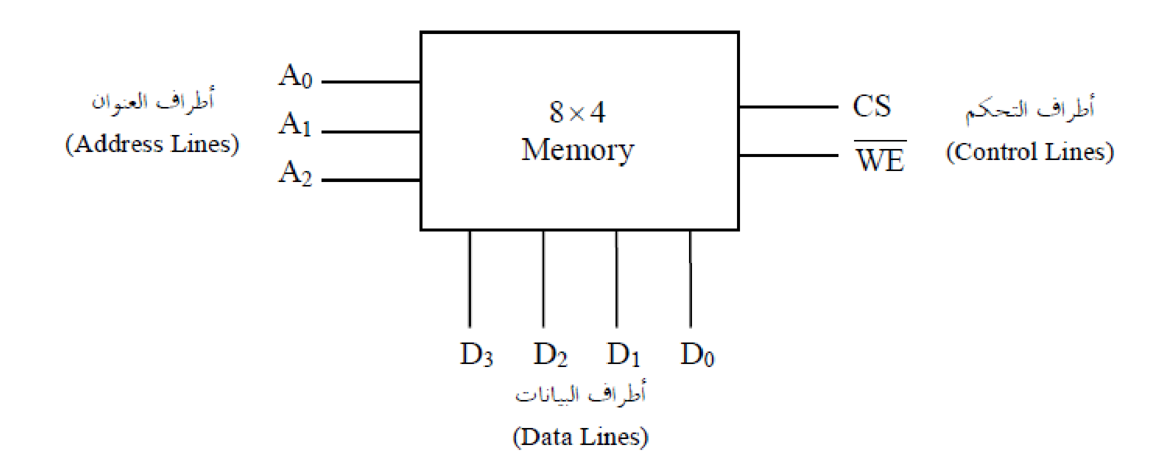
(أ) 32×4

(ب) 1K ×8

الحل

(أ)	عدد أطراف الدخل	4
	عدد أطراف الخرج	4
	عدد أطراف العنوان	5
	عدد أطراف التحكم	2
	عدد أطراف الطاقة الكهربائية	2
	المجموع	17
(ب)	عدد أطراف الدخل	8
	عدد أطراف الخرج	8
	عدد أطراف العنوان	10
	عدد أطراف التحكم	2
	عدد أطراف الطاقة الكهربائية	2
	المجموع	30

فى بعض الاحيان تكون أطراف الدخل والخرج للبيانات فى شريحة الذاكرة مشتركة ، ويطلق عليها فى هذه الحالة أطراف البيانات (Data Lines) كما يلى :



عملية الكتابة Write

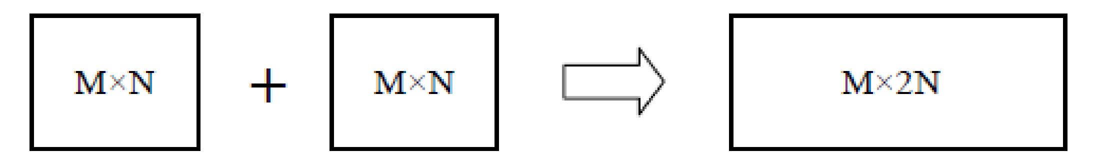
لتخزين بيانات معينة فى موقع محدد من مواقع الذاكرة يجب أولا وضع عنوان ذلك الموقع على أطراف العنوان لشريحة الذاكرة ووضع البيانات المطلوب تخزينها على أطراف الدخل للبيانات ، ثم اختيار عمليه الكتابة بوضع القيمة 0 على طرف تمكين الكتابة $\overline{WE}$، وأخيرا تغيير القيمة الموضوعة على طرف اختيار الشريحة CS من 0 الى 1 فتنتقل القيم الموضوعة على أطراف الدخل للبيانات الى داخل الشريحة ويتم تخزينها فى العنوان المحدد

عملية القراءة Read

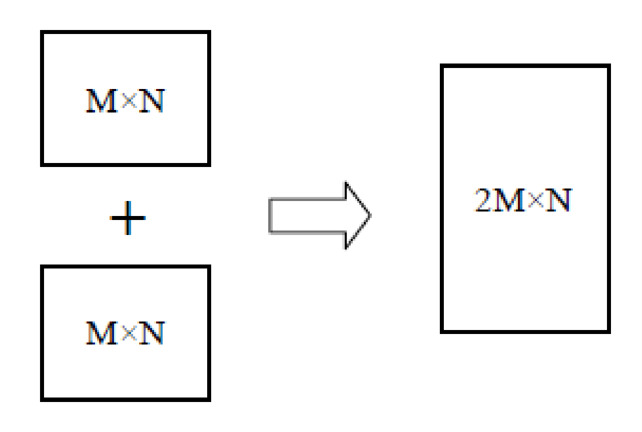
لقراءة البيانات المخزنة فى موقع معين من مواقع الذاكرة يجب أولا وضع عنوان ذلك الموقع على أطراف العنوان لشريحة الذاكرة ، واختيار عملية القراءة بوضع القيمة 1 على طرف تمكين الكتابة $\overline{WE}$، ثم تغيير القيمة الموضوعة على طرف اختيار الشريحة CS من 0 الى 1 ، فتظهر القيم المخزنة فى العنوان المحدد على أطراف الخرج للبيانات لشريحة الذاكرة

ثالثا: ربط شرائح الذاكرة

الهدف من ربط شرائح الذاكرة هو إما زيادة عرض الذاكرة أى زيادة طول الموقع أو زيادة طول الذاكرة أى زيادة عدد المواقع كما هو موضح بالشكل التالى:



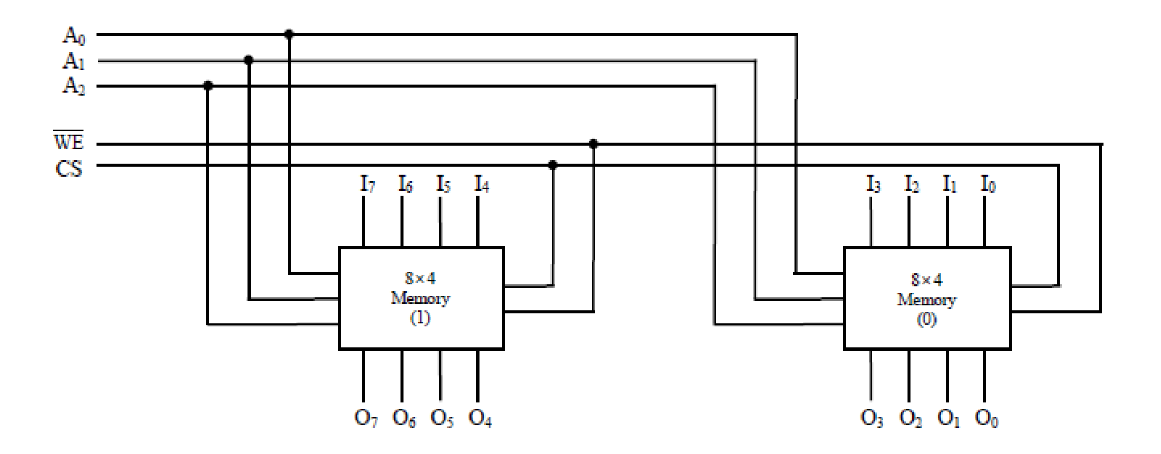
زيادة العرض



زيادة الطول

زيادة العرض

يوضح الشكل التالي طريقة ربط شريحتي ذاكرة من نوع 4×8 لبناء شريحة ذاكرة من نوع 8×8



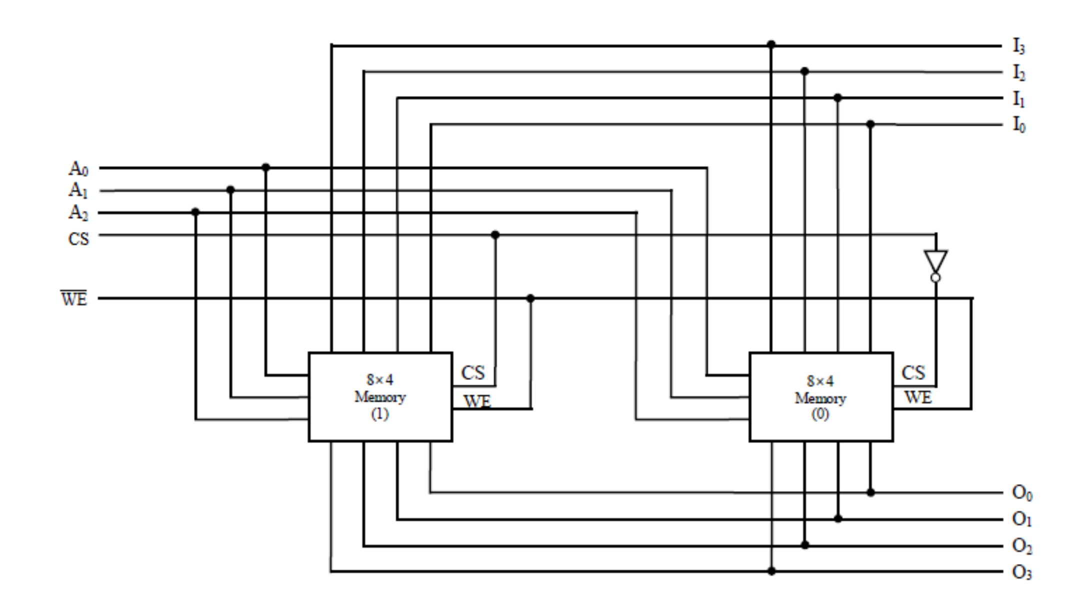
خطوات الربط

١-توزيع أطراف الدخل والخرج للبيانات بالتساوي ما بين الوحدات المربوطة
٢-أطراف العنوان مشتركة
٣-أطراف التحكم مشتركة

نلاحظ أن الخانات الاربعة الأولى تكون مخزنة فى عنوان معين فى الشريحة رقم 0 ، والخانات الاربعة الاخيرة (النصف الآخر) تكون مخزنة فى نفس العنوان فى الشريحة رقم 1 ، وفى حالة ربط أربعه شرائح فإن الربع الأول يكون مخزنا فى الشريحة رقم 0 ، وربعها الثاني فى الشريحة رقم 1 ، وربعها الثالث فى الشريحة رقم 2 ، وربعها الاخير فى الشريحة رقم 3

زيادة الطول

يوضح الشكل التالي طريقة ربط شريحتي ذاكرة من نوع 8×4 لبناء شريحة ذاكرة من نوع 16×4



خطوات الربط

١-أطراف الدخل للبيانات مشتركة ، وأطراف الخرج للبيانات مشتركة
٢-أطراف العنوان الدنيا مشتركة
٣-طرف العنوان الأعلى يستخدم فى اختيار الشريحة Chip Select
٤-طرف تمكين الكتابة $\overline{WE}$ مشترك

رابعا : الذاكرة RAM

مصطلح RAM اختصار لـ Random Access Memory (ذاكرة الوصول العشوائي) وسبب تلك التسمية هو انه من الممكن فى هذا النوع من الذاكرة الدخول الى أي موقع من مواقعها بصورة عشوائية من خلال عنوان ذلك الموقع دون الحاجة لاتباع ترتيب معين فى الدخول

وذلك بخلاف ما يسمى بذاكرة الدخول التتابعي Sequential Access Memory التي يجب الدخول على مواقعها من البداية حسب ترتيب التخزين، فلقراءة أي موقع من مواقع هذا النوع من الذاكرة يجب قراءة الذاكرة من بدايتها وحتى ذلك الموقع

وتستخدم ذاكرة RAM عادة كذاكرة أساسية Main Memory فى الحاسب ومعظم الانظمة الرقمية حيث يجب تخزين البرامج والبيانات بها بصورة رقمية أثناء المعالجة Processing ، وذلك لأنها ذاكرة متطايرة Volatile بمعنى ان احتفاظها بمحتوياتها مرتبط بتغذيتها بالطاقة الكهربائية حيث تفقد تلك المحتويات بمجرد فصل مصدر التغذية الكهربائية عنها ، فهى لا تصلح للتخزين الدائم

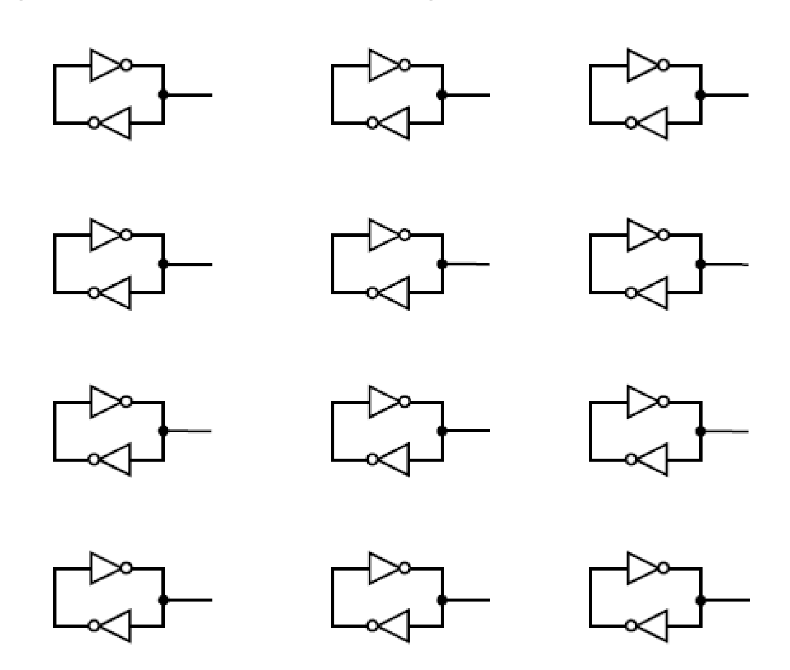
ويمكن إجراء عمليتي القراءة والكتابة على ذاكرة RAM بنفس الدرجة من السهولة وبالتالي يمكن مسح أو تغيير محتوياتها فى أى وقت

البناء الداخلي للذاكرة Internal Structure of RAM

يتم توضيح البناء الداخلي للذاكرة RAM من نوع 3×4 من خلال المخطط المنطقي التالي:

00			
01			
10			
11			

تتكون الذاكرة من ١٢ خلية تخزينية مرتبه على هيئة ٤ صفوف و٣ أعمدة كما يلى :



الوصول للخلية

للوصول الى خلية من خلايا الذاكرة لكتابة **Bit** من البيانات فيها أو لقراءة **Bit** مخزن بها ويتم ذلك باستخدام موصلين:

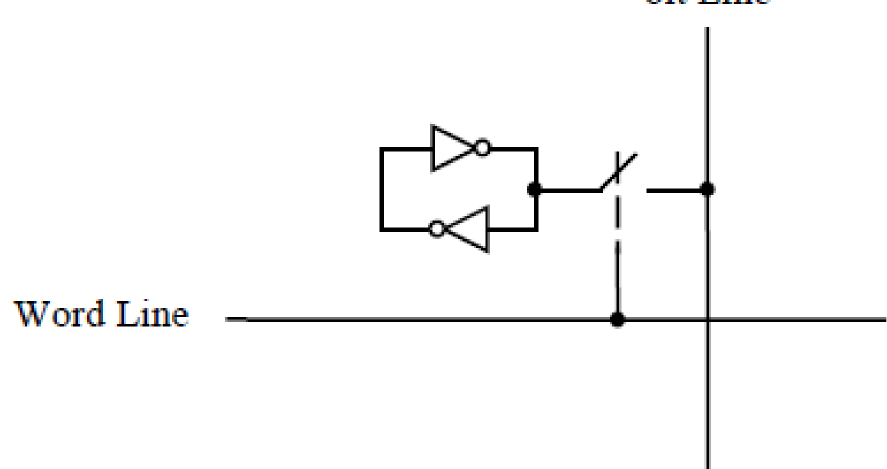
-الموصل الأول: عمودي ويطلق عليه **Bit Line**

- الموصل الثاني: أفقي ويطلق عليه **Word Line**

وتتصل الخلية بالـ **Bit Line** عن طريق مفتاح ترانزستور **Transistor Switch** ، ويتم التحكم فى ذلك المفتاح من خلال الـ **Word Line**

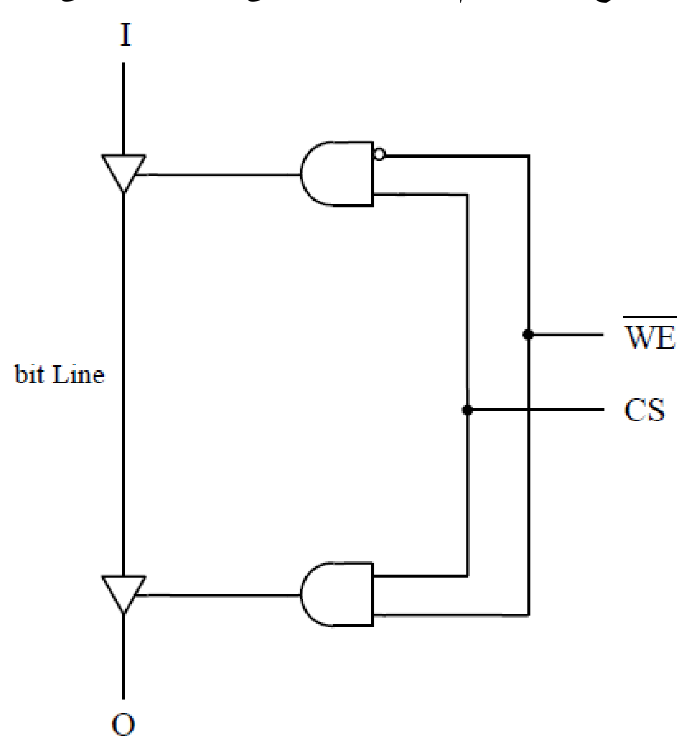
وعند وضع القيمة المنطقية 1 (الممثلة بجهد كهربائي عال) على الـ **Word Line** يغلق المفتاح فيتم توصيل الخلية مع الـ **Bit Line** مما يسمح بالوصول اليها لإجراء عمليه كتابه فيها أو عملية قراءة منها

وعند وضع القيمة المنطقية 0 (الممثلة بجهد كهربائي منخفض) على الـ **Word Line** يفتح المفتاح فيتم عزل الخلية عن الـ **Bit Line** كما هو موضح بالشكل التالى :



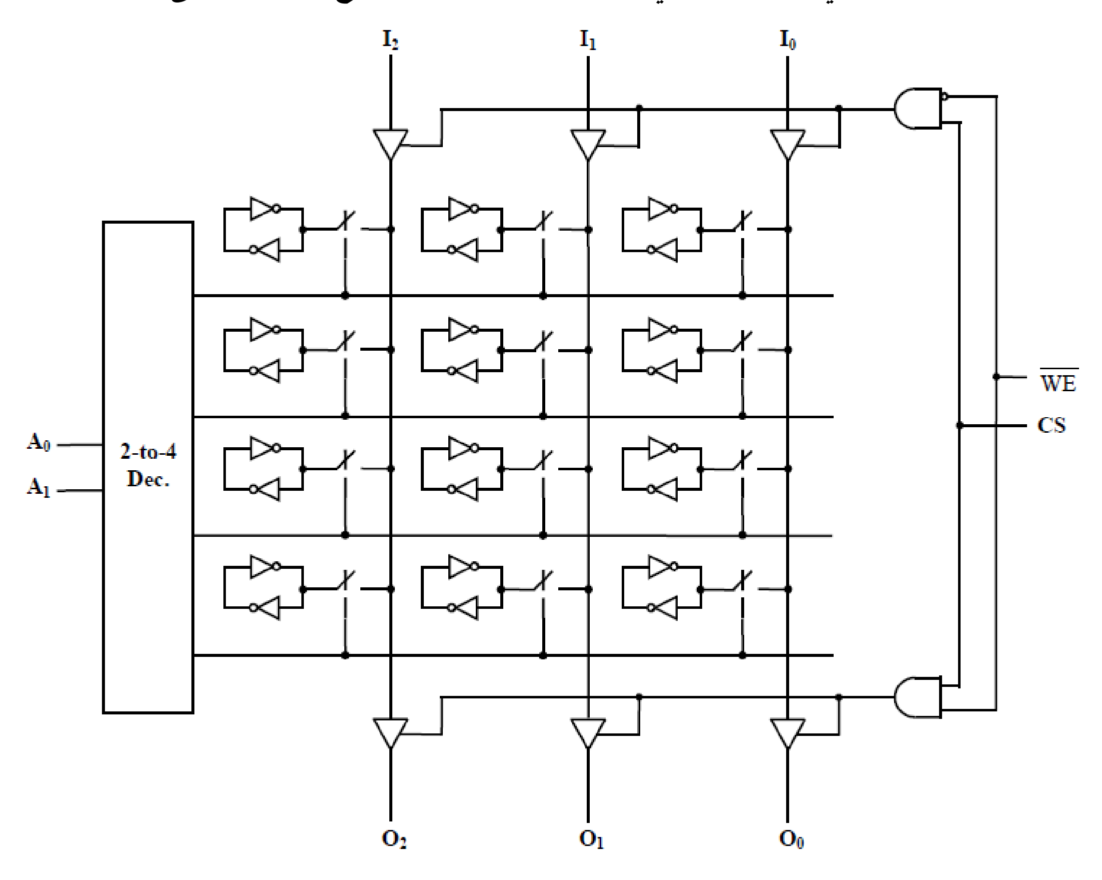
التحكم في الذاكرة واختيار العملية المطلوب إجراؤها عليها

يتم ذلك بوضع عازل ثلاثي الحالة Tristate Buffer فى بداية ونهاية كل Bit Line ، وتغذيه هذه العوازل ثلاثية الحالة بخرج دائرة تحكم تتكون من بوابتى AND كما يلى :



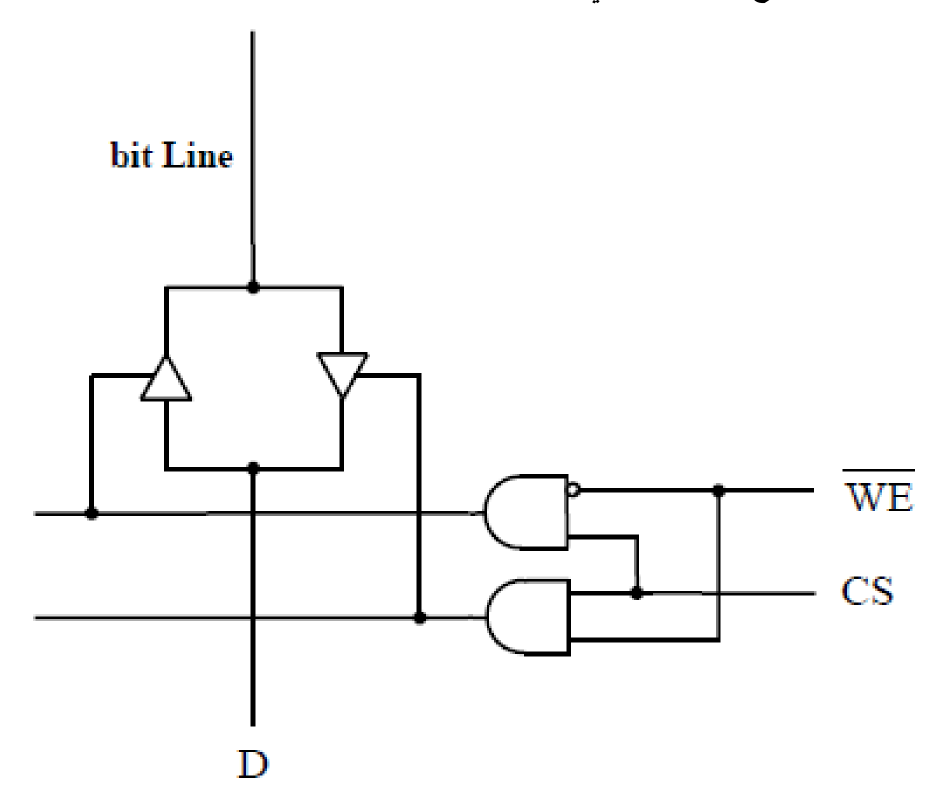
- **عند وضع القيمة 0 فى طرف اختيار الشريحة CS يكون خرج كلا البوابتين AND مساويا 0 وبالتالي يدخل كلا العازلين فى حالة المقاومة العالية High Impedance ويقومان بعزل الـBit Line عن العالم الخارجي**
- **عند وضع القيمة 1 فى طرف اختيار الشريحة CS فإن خرج بوابتي AND يعتمد على القيمة الموضوعة فى طرف تمكين الكتابة $\overline{WE}$**
- **عند وضع القيمة 0 على الطرف $\overline{WE}$ يكون خرج بوابة AND العليا مساويا 1 ، وبالتالي يسمح العازل ثلاثي الحالة بمرور القيمة الموضوعة فى طرف الدخل 1 الى الـ Bit Line وحدوث عملية كتابه ، أما بوابة AND السفلى فيكون خرجها مساويا 0 فيدخل العازل الموجود فى طرف الخرج 0 فى حالة المقاومة العالية ويقوم بعزل طرف الخرج عن الـ Bit Line**
- **عند وضع القيمة 1 على الطرف WE يكون خرج بوابة AND السفلى مساويا 1 ، وبالتالي يسمح العازل ثلاثي الحالة بمرور القيمة الظاهرة على الـ Bit Line الى طرف الخرج 0 وحدوث عملية قراءة ، أما بوابة AND فيكون خرجها مساويا 0 فيدخل العازل الموجود فى طرف الدخل 1 فى حالة المقاومة العالية ويقوم بعزل طرف الدخل عن الـ Bit Line**

وعليه يكون الشكل النهائي للبناء الداخلي لذاكرة الـ **RAM** من نوع 3×4 كما يلى :



أطراف الدخل والخرج المشتركة للبيانات

عندما تكون أطراف الدخل والخرج للبيانات مشتركة يتم وضع كلا العازلين فى طرف واحد من Bit Line كما هو موضح بالشكل التالي :



زيادة سعة الذاكرة

لزيادة طول الذاكرة يتم إضافة Word Lines ، ولزيادة عرض الذاكرة يم إضافة Bit Lines

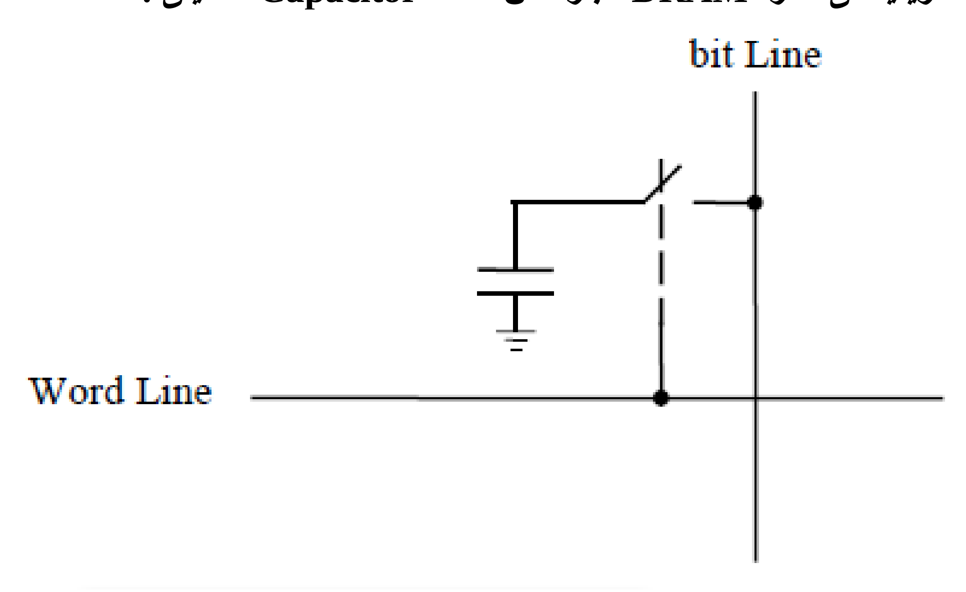
ذاكرة SRAM

ذاكرة RAM التى تم توضيح بنائها الداخلي فيما سبق هى عبارة عن نوع من انواع الـ RAM يطلق عليه Static RAM أو SRAM وسميت بذلك لأنه لا يحدث تغير في محتوياتها بمرور الزمن ، حيث تظل محتفظة بمحتوياتها كما هى ما دامت تغذيتها بالطاقة الكهربائية مستمرة ، وذلك بخلاف نوع آخر من ذاكرة الـ RAM يطلق عليه تسمية Dynamic RAM أو DRAM يفقد محتوياته بالتدريج مع مرور الزمن ويحتاج لإعادة كتابة المحتويات بصورة دورية

ويتم تخزين البيانات في الذاكرة الإستاتيكيّه على شكل دوائر منطقيّه تسمّىflip-flop ، حيث أنّ كل بت (وحدة معلومات أو بيانات) تخزن في دائرة flip-flop (الخلية التخزينية) تمتاز بسرعتها (مقارنة بالذاكرة العشوائية الديناميكيّة)، و عدم حاجتها لإنعاش كهربائي بين الحين والأخر ممّا يضمن استمرار البيانات فيها ، وتتميز ذاكرة SRAM بالسرعة العالية ولكنها مرتفعة التكلفة مقارنة بـ DRAM لذلك يتم استخدام ذاكرة SRAM فى ذاكرة Cache Memory وذاكرة Video Graphics

ذاكرة DRAM

الخلية التخزينية فى ذاكرة DRAM عبارة عن مكثف Capacitor كما يلى :



فالمكثف المشحون يختزن القيمة المنطقية 1 ، والمكثف غير المشحون يختزن القيمة المنطقية 0 ، والمكثف المستخدم كخلية تخزينية فى الـ DRAM يشغل مساحة من سطح شبه الموصل أقل بكثير من تلك التى يشغلها Flip Flop المستخدم كخلية تخزينية فى الـ SRAM الامر الذى يسمح بكثافة تخزينية أعلى فى ذاكرة الـ DRAM

وتمتاز الـ DRAM بإمكانية تصنيعها بسعات عالية وبتكلفة منخفضة ، كما تمتاز بأن استهلاكها للطاقة الكهربائية أقل من الـ SRAM لذلك يستخدم الـ DRAM بكثرة فى الحاسبات الشخصية كذاكرة رئيسيه Main Memory

ويعيب ذاكرة DRAM أنها تفقد محتوياتها بمرور الزمن نظرا الى ان المكثفات المستخدمة كخلايا تخزينية فيها هي مكثفات ذات تسريب Leaky Capacitors تفقد شحنتها بالتدريج لذلك تحتاج ذاكرة DRAM الى إعادة كتابة محتوياتها ، أي الى إعادة شحن المكثفات بصورة دورية ، وتسمى تلك العملية بالإنعاش Refreshing ، وتحتاج عملية الانعاش الى دوائر خاصة فى النظام الرقم أو داخل شريحة الذاكرة نفسها

كما يعيب ذاكرة DRAM بطئها مقارنة بذاكرة SRAM ، وأن عملية القراءة Read منها مدمرة لمحتوياتها حيث تعمل عملية القراءة على تفريغ المكثف من شحنته الامر الذى يتطلب اتباع كل عملية قراءة من DRAM بعملية إعادة كتابة لمحتويات الموقع الذى تم قراءته .

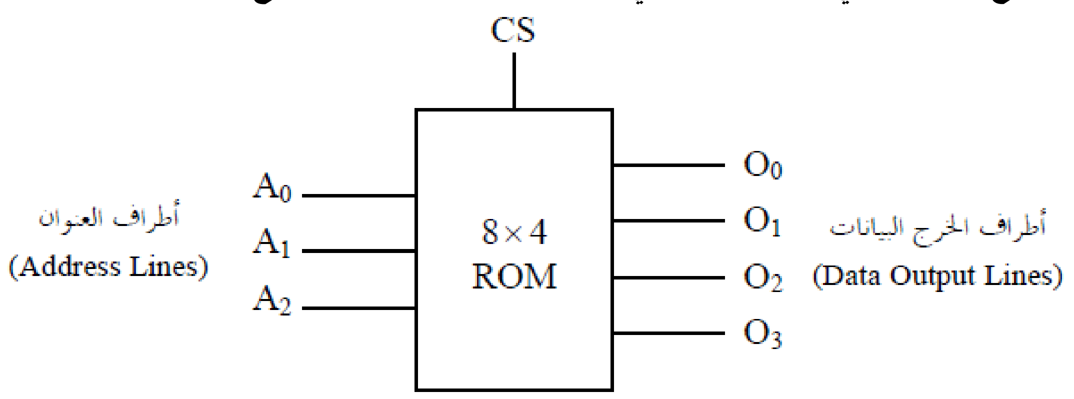
وتوجد حاليا أنواع حديثه ومتطورة من ذاكرة DRAM مثل Synchronous DRAM أو DRAM المتزامن ، وفيه تمت زيادة سرعة الذاكرة عن طريق قراءة أو كتابة مجموعة من العناوين المتتالية مرة واحدة بصورة متزامنة أى متفقة مع إشارة التزامن Clock الرئيسة فى النظام الرقمي ، حيث يتم الوصول لأول عنوان فى المجموعة بالطريقة المعتادة والتي فيها شيء من البطء

أما بقية عناوين المجموعة فيتم الوصول اليها بطريقة اسرع بالتزامن مع إشارة التزامن الرئيسية فى النظام الرقمي ، كما تم فى السنوات الاخيرة تطوير SDRAM نفسه الى ما يطلق عليه DDR SDRAM أو Double Data Rate SDRAM ، حيت تم مضاعفة سرعة الذاكرة من خلال إجراء عمليتي قراءة أو كتابة فى نبض التزامن الواحدة حيث تتم عملية منها فى الحافة الصاعدة لنبض التزامن ، والعملية الاخرى فى الحافة الهابطة لنبضه التزامن

الذاكرة ROM

اختصار للعبارة Read Only Memory أى ذاكرة القراءة فقط حيث يمكن قراءة محتوياتها فقط ولا يمكن الكتابة عليها حيث أن محتوياتها ثابته وغير قابلة للمحو أو التعديل ، ولا يرتبط احتفاظها بمحتوياتها بتغذيتها بالطاقة الكهربائية حيث تظل محتفظة بمحتوياتها حتى بعد فصل التغذية الكهربائية عنها

ويوضح الشكل التالي المخطط المنطقي لشريحة ذاكرة ROM من نوع 8×4



نلاحظ وجود طرف تحكم واحد فقط هو طرف اختيار الشريحة Chip Select

التخزين الثانوي Secondary Storage

بما أن الذاكرة Memory فى الانظمة الرقمية تصلح للتخزين المؤقت لكميات قليلة فقط من البيانات والبرامج بغرض المعالجة Processing ، تظهر الحاجة لتخزين كميات كبيرة من البيانات والبرامج تخزينا دائما وبتكلفة قليلة ، يأتي هنا دور التخزين الثانوي ، حيث تسمح وسائط التخزين الثانوي مثل الاقراص الضوئية Optical Disks بتخزين كميات ضخمة من البيانات تخزينا دائما وبتكلفة قليلة، الا ان سرعة الكتابة فى تلك الوسائط أو القراءة منها ابطأ بكثير من سرعة التعامل مع الذاكرة ، لذلك يجب نقل البرامج والبيانات أو أجزاء منها بصورة مؤقته الى الذاكرة الرئيسية Main Memory لمعالجتها وذلك لضمان سرعة المعالجة

الاسطوانات الضوئية

Optical Disks

عبارة عن قرص مصنوع من مادة بلاستيكية شفافة ومغطى بطبقة معدنية رقيقة وعاكسه للضوء، يتم كتابة البيانات الثنائية على القرص باستخدام شعاع دقيق جدا من الليزر عالي الطاقة يتم تسليطه على السطح المعدني العاكس للقرص من اسفل فيقوم بعمل حفر دقيقة جدا على الطبقة المعدنية العاكسة بتأثير الحرارة العالية، وتلك الحفر الدقيقة تمثل الـ **Bits** ، حيث أن وجود حفرة يمثل القيمة المنطقية **0** ، وعدم وجودها يمثل القيمة المنطقية **1** ، واستخدام ضوء الليزر يسمح بكثافة تخزينية عالية جدا على سطح القرص، حيث انه من الممكن تركيز ضوء الليزر في شعاع متناهي الدقة

ويتم قراءة البيانات المخزنة على القرص باستخدام شعاع ليزر دقيق منخفض الطاقة يتم تسليطه من أسفل على السطح المعدني العاكس للقرص فحينما توجد حفرة يتم امتصاص شعاع الليزر وحينما لا توجد حفرة يتم عكسه، وتقوم عدسه بالتقاط ضوء الليزر المنعكس من على الطبقة المعدنية وتسليطه على ما يسمى **Photodiode** يقوم بتحويله الى نبضات كهربائية تمثل **Bits** المخزنة

يتم تخزين **Bit** على القرص الضوئي فى شكل مسار لولبي **Spiral** متصل ويقوم شعاع الليزر المستخدم فى القراءة أو الكتابة بمتابعة ذلك المسار اللولبي بدقة عالية أثناء دوران القرص ، وتتوفر الاقراص الضوئية بأشكال عديدة منها القرص المدمج **CD** بأنواعه المختلفة (**CD-ROM** يمكن قراءته فقط ، **CD-R** يمكن الكتابة فيه ولكن لا يمكن مسح أو تعديل البيانات المكتوبة ، والـ **CD-RW** الذى يمكن مسحه وإعادة الكتابة فيه ، إضافة الى أقراص **DVD** التى تمتاز بسعة تخزينيه أكبر من أقراص **CD** نظرا لاستخدامها لشعاع ليزر بطول موجى أقصر مما يسمح بتركيزه فى شعاع أدق وبالتالي كثافة تخزين أعلى

وتتوفر **DVD** بأنواع مختلفة مثل **DVD-ROM** ، **DVD-R** ، **DVD+RW**

الأسئلة

١-ما المقصود بتنظيم الذاكرة المنطقي؟ وكيف يتم تحديد عنوان كل موقع تخزيني؟
٢-ما الفرق بين عملية القراءة وعملية الكتابة في الذاكرة؟
٣-وضح العلاقة بين عدد مواقع الذاكرة وعدد خانات العنوان مع ذكر المعادلة الرياضية المستخدمة
٤-ما وظائف أطراف التوصيل لشريحة الذاكرة؟ اذكر أنواعها ودورها في عملية القراءة والكتابة
٥-ما الهدف من ربط شرائح الذاكرة؟ وما الفرق بين زيادة الطول وزيادة العرض؟
٦-ما الفرق بين RAM ، ROM من حيث الوظيفة والاستخدام؟
٧- لماذا تعتبر RAM ذاكرة متطايرة؟ وما تأثير ذلك على استخدامها؟
٨-قارن بين SRAM ، DRAM من حيث المبدأ التشغيلي والسرعة والتكلفة
٩-ما المقصود بعملية Refreshing في DRAM؟ ولماذا تعد ضرورية؟
١٠-كيف تعمل الأقراص الضوئية Optical Disks في تخزين البيانات واسترجاعها؟

١١-إذا كانت ذاكرة منظمة منطقيًا بحجم 16 × 2K، احسب عدد خانات العنوان اللازمة
١٢- احسب عدد أطراف التوصيل لشريحة ذاكرة 8 × 512 مع تحديد عدد أطراف العنوان والدخل والخرج والتحكم
١٣-لديك شريحتان 8×4 كيف يمكن ربطهما للحصول على ذاكرة 8×8
١٤-لديك RAM بسعة 4×3 كم عدد الخلايا التخزينية الموجودة فيها؟
١٥- إذا كان لديك SRAM ، DRAM أيهما تختار لزيادة سرعة العمليات الحسابية ولماذا؟
١٦-احسب عدد المواقع التخزينية في ذاكرة 16 × 4M واذكر عدد بتات البيانات التي يمكن تخزينها في كل موقع
١٧- لديك قرص DVD ، وأقراص CD-ROM كيف تقارن بينهما من حيث سعة التخزين وكثافة البيانات
١٨-باستخدام بوابة AND كيف يتم التحكم في عملية القراءة والكتابة داخل RAM
١٩- إذا أردت بناء ذاكرة 4×16 باستخدام شرائح 4×8 كيف يمكن ربط الشرائح للحصول على السعة المطلوبة

المراجع

-Richard L. Burden and J. Douglas Faires: Numerical Analysis, 10th Edition (2016); Publisher: Brooks/Cole Publishing Company.

-Edward G. Fleming (2017): NUMBERS and Number Systems, CreateSpace Independent Publishing Platform

- Jan Friso Groote at. el.(2021): Logic Gates, Circuits, Processors, Compilers and Computers ,springer

الفهرس

المحتويـــات

الفصل الأول

الفصل الثاني

الفصل الثالث

الفصل الرابع